



**VISOKA POSLOVNA ŠKOLA
STRUKOVNIH STUDIJA
ČAČAK**

DIPLOMSKI RAD

**Magnetsko polje u torusnom približenju koroninih
izbacaja**

Mentor: _____
Profesor: _____

Student: _____
Br.Indeksa: _____

Sadržaj

1	Općenito o procesima u Sunčevoj koroni	1
1.1	Korona	2
1.2	Koronine strujnice	5
1.3	Prominencije	6
1.4	Eruptivni procesi	8
2	Koronini izbačaji	17
2.1	Eruptivni procesi u Sunčevoj atmosferi	17
2.2	Magnetsko ustrojstvo koroninih izbačaja	20
2.2.1	Nastanak prominencije	21
2.2.2	Unutrašnja struktura	23
2.2.3	Vanjska struktura	26
2.2.4	Model magnetske cijevi (ili magnetskog vlakna)	29
2.2.5	Chenov model magnetskih cijevi koroninog izbačaja	33
2.3	Dinamika erupcije	37
3	Induktivnost u torusnom približenju	40
3.1	Magnetsko polje strujne petlje	40
3.1.1	Numerički proračun B_z komponente polja za jedinični slučaj ($\frac{\mu I}{4\pi} = 1$)	44
3.2	Torus od strujnih petlji	49
3.2.1	Poprečni presjek	49
3.2.2	Cjelokupni opis	52
3.2.3	Definiranje struja u petljama i strujnih elemenata	54

3.3	Numerički račun	57
3.3.1	Određivanje $B_z(m)$ za središte i rubove torusa	57
3.3.2	Ovisnost B_z o debljini torusa ΔR	63
3.3.3	Ovisnost B_z o udaljenosti r od ishodišta za razne debljine torusa ΔR	71
3.3.4	Magnetski tok i samoinduktivnost torusa	78
3.3.5	Procjena gradijenta magnetskog tlaka	84
4	Zaključak	86
A	Tablice	92
B	Programi	122

Popis tablica

3.1	Relevantne vrijednosti B_z o m za središte, unutarnji i vanjski rub torusa ($R_{uk} = 1, \Delta R = 0.8, I_{uk} = 1$).	61
3.2	Relevantne vrijednosti $B_z(\Delta R)$ za središte torusa, $R_{uk} = 1, I_{uk} = 1$	64
3.3	Relevantne vrijednosti $B_z(\Delta R)$ za unutarnji rub torusa, $R_{uk} = 1, I_{uk} = 1$	66
3.4	Relevantne vrijednosti $B_z(\Delta R)$ za vanjski rub torusa, $R_{uk} = 1, I_{uk} = 1$	67
3.5	Ovisnost toka $\Psi(\Delta R)$ kroz torus o debljini.	80
3.6	Relativna odstupanja izračunatih vrijednosti induktivnosti od vrijednosti dobivenih iz Chenovog približenja za tanki torus (3.58) ($R_{uk} = 1, I_{uk} = 1$).	82
3.7	Ovisnost sile zbog gradijenta magnetskog tlaka o debljini torusa ($R_{uk} = 1, I_{uk} = 1$).	85
A.1	Ovisnost B_z o m za središte, unutarnji i vanjski rub torusa ($R_{uk} = 1, \Delta R = 0.8, I_{uk} = 1$).	98
A.2	$B_z(\Delta R)$ za središte torusa, $R_{uk} = 1, I_{uk} = 1$	103
A.3	$B_z(\Delta R)$ za unutarnji rub torusa, $R_{uk} = 1, I_{uk} = 1$	107
A.4	$B_z(\Delta R)$ za vanjski rub torusa, $R_{uk} = 1, I_{uk} = 1$	111
A.5	Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.001$ ($R_{uk} = 1, I_{uk} = 1$).	112
A.6	Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.01$ ($R_{uk} = 1, I_{uk} = 1$).	113

- A.7 Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.1$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).114
- A.8 Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.2$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).115
- A.9 Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.5$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).116
- A.10 Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.6$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).117
- A.11 Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.8$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).118
- A.12 Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.9$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).119
- A.13 Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 1.4$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).120
- A.14 Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 1.8$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).121

Popis slika

1.1	Kombinacija slike s EIT (<i>Extreme ultraviolet Imaging Telescope</i> – SOHO [26]) na valnoj duljini od 195 Å i numeričkog modela Sunčeve unutrašnjosti s uočljivom jezgrom (plavo), radijativnom (crveno) i konvektivnom (žuto) zonom, te fotosferom, kromosferom i niskom koronom.	3
1.2	Velika mirna prominencija na rubu Sunčeva diska u H α spektralnoj liniji.	8
1.3	Mirna prominencija u raznim spektralnim područjima.	9
1.4	<i>Koronin izbačaj mase</i> zabilježen 27. veljače 2000. pomoću LASCO (engl. Large Angle Spectrometric COronagraph) detektora na satelitu SOHO. Sunčeva fotosfera je označena bijelom kružnicom na dijelu okultirajućeg diska koji zaklanja jako sunčevo zračenje [26].	10
1.5	<i>Eruptivna prominencija</i> opažena iz ultraljubičastog zračenja ioniziranog helija (HeII na 30.4 nm) 24. lipnja 1999. Manja slika prikazuje njezinu veličinu, skoro usporedivu sa Sunčevim radijusom [26].	11
1.6	LASCO C2 koronograf na SOHO satelitu prikazuje “halo” koroninog izbačaja koji putuje prema Zemlji tijekom 7. travnja 1997. [26].	12
1.7	KIM putuje prema Zemlji 13. rujna 2005., promatran LASCO C3 koronografom na SOHO satelitu [26].	13
1.8	Izgled korone i strujnica za pomrčine Sunca [24].	14

1.9	Shematski model koroninog izbačaja (A) postojeća koronina strujnica, (B) uzdižuća magnetska petlja izbačaja, (C) eruptirajuća prominencija i (D) aktivno područje u kojem se ponekad opaža bljesak [12].	15
2.1	Magnetska struktura prominencije i morfologija pridruženog dvo-vlaknastog bljeska [19].	20
2.2	Magnetska cijev s hladnom plazmom u okolini središnje osi [14].	22
2.3	Dinamički model prominencije [14].	23
2.4	Smještaj plazme u zakrivljenom magnetskom vlaknu [14]. . . .	24
2.5	Prominencijski sloj koji je (a) jednolik; (b) se sužuje s visinom [14].	25
2.6	Model prominencije normalnog polariteta [14].	27
2.7	Magnetska struktura prominencije inverznog polariteta [14]. .	28
2.8	Malherbe-Priest modeli normalnog polariteta [14].	28
2.9	(a) Hood-Anzer model; (b) promjena vertikalnog polja u ovisnosti o udaljenosti od prominencijske osi [14].	29
2.10	Dio cijevi magnetskog toka [14].	29
2.11	(a) Opis prominencijske magnetske cijevi; (b) kritična vrijednost usukanosti magnetskog polja prominencije u ovisnosti o visini h i polumjeru a [14].	31
2.12	Tvorba usukanog magnetskog polja prespajanjem iznad fotosfere [14].	32
2.13	(a) Definiranje sustava magnetskog polja prominencije; (b) oblici polja za razne parametre K [14].	32
2.14	Shematski Chenov model KIM [8]. Prikazane su toroidalne (lokalno osne) i poloidalne (lokalno azimutalne) komponente struje $\mathbf{J}$ i magnetskog polja $\mathbf{B}$. Z je visina apeksa vlakna od površine fotosfere. Duljina nožišta S_f je konstantna.	34
3.1	Shematski prikaz prstena kojim teče struja.	41
3.2	Ovisnost B_z o x	45

3.3	Shematski vektorski prikaz polja u xz -ravnini.	45
3.4	Ovisnost B_z o x i z	46
3.5	Ovisnost B_z o x i y	47
3.6	Vektorski 3D prikaz magnetskog polja strujne petlje.	48
3.7	Presjek torusa u xz -ravnini (za $\phi = 0$).	49
3.8	Primjeri presjeka torusa za $m = 1, \dots, 9$	51
3.9	Presjek torusa za veliki m	52
3.10	Način iscrtavanja torusa.	53
3.11	Shematski prikazi torusa za $m = 5$	54
3.12	Način određivanja strujnog elementa dl	55
3.13	Izgled presjeka torusa za $m = 200$	57
3.14	Ovisnost B_z o m u središtu torusa za $\Delta R = 0.8$	58
3.15	Ovisnost B_z o m na unutarnjem rubu torusa za $\Delta R = 0.8$	58
3.16	Ovisnost B_z o m na vanjskom rubu torusa za $\Delta R = 0.8$	59
3.17	Ovisnost B_z o m u središtu, na unutarnjem i vanjskom rubu torusa ($R_{uk} = 1$, $\Delta R = 0.8$, $I_{uk} = 1$).	60
3.18	$B_z(r)$ u središtu, unutarnjem i vanjskom rubu torusa ($R_{uk} = 1$, $\Delta R = 0.8$, $I_{uk} = 1$).	62
3.19	$\log B_z - \log m$ ovisnost u središtu za različite debljine torusa, $R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$	65
3.20	$\log B_z - \log m$ ovisnost na unutarnjem rubu za različite debljine torusa, $R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$	68
3.21	$\log B_z - \log m$ ovisnost na vanjskom rubu za različite debljine torusa, $R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$	68
3.22	$\log B_z(\Delta R)$ ovisnost u središtu, $R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$	69
3.23	$\log B_z(\Delta R)$ ovisnost za unutarnji rub, $R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$	69
3.24	$\log B_z(\Delta R)$ ovisnost za vanjski rub, $R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$	70
3.25	Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.001$ ($R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$).	73
3.26	Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.01$ ($R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$).	73

3.27 Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.1$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).	74
3.28 Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.2$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).	74
3.29 Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.5$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).	75
3.30 Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.6$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).	75
3.31 Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.8$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).	76
3.32 Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.9$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).	76
3.33 Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 1.4$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).	77
3.34 Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 1.8$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).	77
3.35 Eliptički integrali.	78
3.36 Ovisnost $B_z(r)$ za različite debljine torusa ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).	79
3.37 Ovisnost toka $\Psi(\ln \Delta R)$ kroz torus o debljini ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).	81
3.38 Ovisnost toka $\Psi(\Delta R)$ kroz torus o debljini ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).	81
3.39 Odstupanja izračunatih vrijednosti induktivnosti od vrijednosti dobivenih iz Chenove relacije (3.58) ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).	83
3.40 Logaritamska odstupanja izračunatih vrijednosti induktivnosti od vrijednosti dobivenih iz Chenove relacije (3.58) ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).	83
3.41 Logaritamska ovisnost sile zbog gradijenta magnetskog tlaka o debljini torusa ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).	85

Poglavlje 1

Općenito o procesima u Sunčevoj koroni

Sunčevu atmosferu moguće je razdijeliti u tri cjeline: fotosferu, kromosferu i koronu. *Fotosfera* emitira većinu vidljiva Sunčeva zračenja. To je vrlo tanak sloj, debljine samo 500 km s gustoćom čestica od oko 10^{17} cm^{-3} (stotina gustoće Zemljine atmosfere). Fotosferu često poistovjećujemo sa Sunčevom “površinom”. Iznad fotosfere nalazi se rjeđa i “prozirnija” *kromosfera* s prosječnom gustoćom od 10^{11} cm^{-3} i temperaturom 10^4 K . Iznad kromosfere prostire se vruća *korona* temperature 10^6 K . Podijeljena je na *unutarnju* (*nisku*) i *vanjsku* (*visoku*) koronu. Gustoća u najnižim slojevima iznosi 10^9 cm^{-3} . Unutarnja korona zapaža se tijekom potpune pomrčine Sunca kao zrakasti obruč ili kruna (odakle i dobiva naziv iz latinske riječi *corona*) oko Mjesecom zaklonjenog Sunčeva diska. Zračenje korone posljedica je raspršenja svjetlosti fotosfere na elektronima i česticama prašine. Ovisno o spektralnim karakteristikama unutarnja korona se dijeli na *K-* i *F-koronu*. K-korona (iz njemačke riječi *Kontinuum* ili *Kontinuierlich*) je vidljiva u emisijskom kontinuiranom spektru bez apsorpcijskih linija (raspršenje na elektronima) visoke polariziranosti, dok F-korona emitira nepolariziranu svjetlost (nastalu raspršenjem na česticama prašine) sa apsorpcijskim Fraunhofer-

ovim linijama^a. Vanjska korona nadovezuje se na unutarnju i prostire se u međuplanetarni prostor. Gustoća joj opada s heliocentričnom udaljenošću, pa tako u okolini Zemlje približno iznosi oko 10 cm^{-3} .

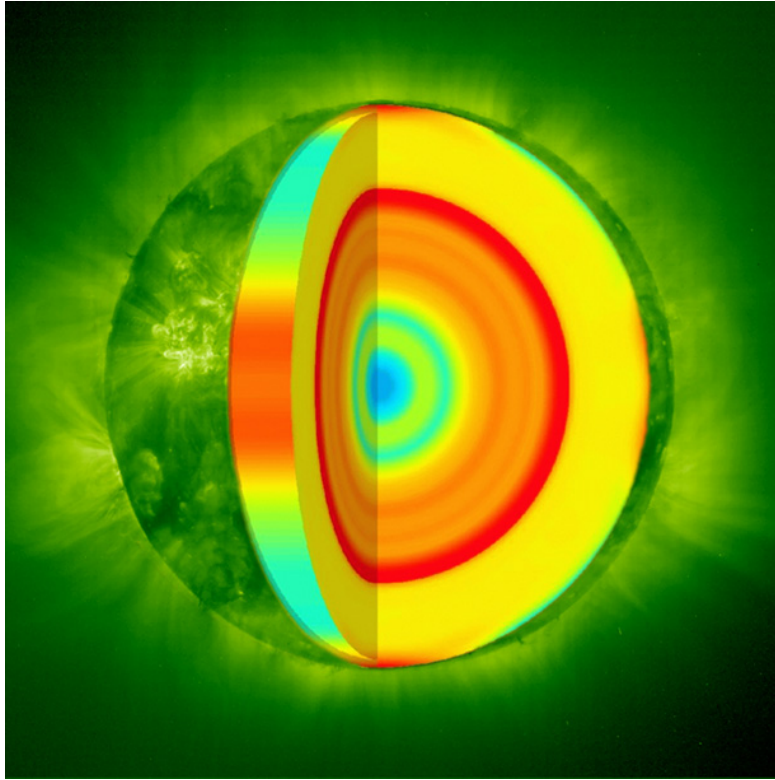
Razni pojavni fenomeni na Sunčevoj površini i u Sunčevoj atmosferi nastaju neprekidnim uzdizanjem unutarnjeg magnetskog polja kroz turbulentnu konvektivnu zonu, stvarajući složeno ustrojstvo atmosferskog magnetskog polja. Nasuprot toj složenosti uočljiv je relativno pravilni globalni ciklus od 11 godina koji redovito pojednostavljuje konfiguraciju zamršenog polja, ujedno mijenjajući mu i globalni polaritet. Detaljnijim promatranjem uočavaju se određeni pojavni oblici na Sunčevoj “površini” i u atmosferi kao što su Sunčeve pjege, prominencije, filamenti, fibrili, bljeskovi, itd.

1.1 Korona

Vanjski “sloj” Sunčeve atmosfere, korona, intenzivno privlači pažnju posljednjih par desetljeća posebice zbog svog utjecaja na geomagnetske i ostale prilike na Zemlji. U sljedećih nekoliko ulomaka pokušat će se ukratko opisati najznačajnije morfološke strukture korone, a posebna pozornost će se pridati prominencijama i koroninim izbačajima – temi ovog rada.

Visoka električna vodljivost korone omogućava održanje tzv. kinematičke temperature ioniziranih čestica čak i na velikim udaljenostima od Sunca. Iznad $3R_{\odot}$ heliocentrične udaljenosti gravitacija ne može zadržati čestice atmosfere i one bježe duž silnica magnetskog polja u vidu Sunčeva vjetra u međuplanetarni prostor. Zbog velike električne vodljivosti viši slojevi korone čine gotovo idealan električni vodič. U tom slučaju dominantna je Lorentzova sila, proizašla iz zajedničkog međudjelovanja magnetskog polja i gibajućih

^aJoseph von Fraunhofer (1787–1826) je 1814. godine prvi promatrao tamne apsorpcijske linije u Sunčevom spektru. Linije od crvenog do ljubičastog spektralnog područja označavao je slovima od A do K. Npr. bliske tamne linije u žutom spektralnog području označene su s “D” i pripadaju natrijevim linijama. Neke linije nastaju u Zemljnoj atmosferi.



Slika 1.1: Kombinacija slike s EIT (*Extreme ultraviolet Imaging Telescope* – SOHO [26]) na valnoj duljini od 195 Å i numeričkog modela Sunčeve unutrašnjosti s uočljivom jezgrom (plavo), radijativnom (crveno) i konvektivnom (žuto) zonom, te fotosferom, kromosferom i niskom koronom.

električki nabijenih čestica, i mogu joj se pridodati dvije komponente^b: sila zbog *gradijenta magnetskog tlaka*, $\nabla(\frac{B^2}{2\mu})$, i *sila napetosti magnetskih silnica* ili *magnetske tenzije*, $(\mathbf{B} \cdot \nabla)\frac{\mathbf{B}}{\mu}$. Magnetski tlak ima tendenciju izbacivanja plazme u međuplanetarni prostor, a tome se suprostavlja magnetska tenzija zbog vezanja magnetskog polja za fotosferu.

Plazma može biti zarobljena unutar “zatvorenih” magnetskih ustrojstava, ili se nalaziti u dinamičkoj ravnoteži unutar tzv. *koroninih strujnica*. U strujnicama plazma se nesmetano kreće prema međuplanetarnom prostoru duž otvorenog polja. Sunčeva polarna područja imaju najveću otvorenost,

^bslijedi iz “magnetske sile”: $\mathbf{j} \times \mathbf{B} = (\mathbf{B} \cdot \nabla)\frac{\mathbf{B}}{\mu} - \nabla(\frac{B^2}{2\mu})$.

a po svom tamnijem izgledu nazivaju se *koronine šupljine*, iz kojih Sunčev vjetar nesmetano otječe velikom brzinom.

Općenito, ukupna sila koja se javlja u Sunčevoj atmosferi je zbroj Lorentzove sile, gradijenta tlaka plazme i gravitacijske sile:

$$\mathbf{F} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p - \frac{\rho G M_{\odot}}{r^2} \hat{r}. \quad (1.1)$$

Fotosferski omjer tlaka plazme i magnetskog tlaka približno iznosi $\beta = p/(B^2/2\mu) \approx 1$. Međutim, povećanjem visine različito opadaju spomenuti tlakovi čime u nižoj koroni β postaje puno manji od jedinice ($\beta \ll 1$), odnosno magnetski tlak prevladava nad plazmenim. U proučavanju ravnotežnih procesa (za koje vrijedi: $\mathbf{F} = \mathbf{0}$) u nižoj koroni najčešće možemo zanemariti plazmeni tlak i gravitaciju. To znači da je i Lorentzova sila $\mathbf{F}_L = \mathbf{j} \times \mathbf{B} = \mathbf{0}$, pa govorimo o *samouravnoteženim magnetskim poljima* (engl. force-free field):

$$\mathbf{j} \times \mathbf{B} = \mathbf{0}, \quad (1.2)$$

što povlači da je $\mathbf{j} \parallel \mathbf{B}$, tj. $\mathbf{j} = \alpha \mathbf{B}$, gdje je α ovisan o položaju i postoji beskonačan broj načina za njegov odabir. S obzirom na magnetostatsku jednadžbu, $\mu \mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B}$, nalazimo:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \alpha \mathbf{B}. \quad (1.3)$$

“Samouravnoteženo polje” znači da Lorentzova sila iščezava, što je moguće shvatiti i na način da je tada gradijent magnetskog tlaka uravnotežen s magnetskom tenzijom ($\frac{1}{2} \nabla B^2 = (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B}$)^c. Polje s konstantnim α predstavlja stanje s najmanjom energijom koje zatvoreni magnetohidrodinamički (MHD) sustav može postići, ali nejasno je da li je takvo stanje uvijek i stabilno [4].

U višim slojevima korone β ponovno postaje približno jednaka jedinici, plazmeni tlak postaje bitan, pa ravnotežna jednadžba (iz (1.1)), postaje:

^cslijedi iz $(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{B}) = -\frac{1}{2} \nabla B^2 + (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B}$, pa ako $\nabla \times \mathbf{B} = \alpha \mathbf{B}$, tada je $-\frac{1}{2} \nabla B^2 + (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} = \mathbf{0}$.

$$\frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \nabla p - \frac{\rho G M_{\odot}}{r^2} \hat{r} = 0 \quad (1.4)$$

što znači da u visokoj koroni važnu ulogu igraju i tlak plazme i magnetsko polje i gravitacija.

Korona nipošto nije statična, već ispoljava razne ravnotežne strukture od kojih su značajnije: koronine strujnice, arkade, petlje i prominencije, te eksplozivne pojave kao što su Sunčevi bljeskovi i koronini izbačaji.

1.2 Koronine strujnice

Koronine strujnice su strukture koje se uzdižu iznad magnetskih arkada smještenih nad linijama inverzije fotosferskog magnetskog polja, gdje polaritet mijenja predznak. Arkade su trodijelne građe koju čine: *vanjska ovojnica* visoke gustoće koja obavlja unutrašnju *prazninu* niže gustoće zajedno s gustom i hladnom *prominencijom*. Razni fizikalni uvjeti, kao što su jakost okolnog otvorenog magnetskog polja, efektivno zagrijavanje plazme, itd., oblikuju i održavaju kvazistabilnost i energetske ravnoteže. Ukupna masa može prijeći i 10^{12} kg što odgovara i približnoj gustoći od 10^8 protona po cm^{-3} na heliocentričnoj udaljenosti od $1.5R_{\odot}$. Zanimljiva je približna konstantnost trodijelnog oblika u ovisnosti o sunčevoj aktivnosti pri kojem se globalno magnetsko polje drastično mijenja: za minimuma oblika je kao za magnetski dipol, dok za maksimuma struktura magnetskog polja je vrlo kaotična, neujednačena i kompleksna.

Gustoća unutar praznine je oko 10 puta manja nego u vanjskoj svijetloj ljušci, ali s temperaturom približno iste vrijednost kakva je i u okolnoj koroni. Može se zaključiti da ako je praznina “vruća”, trebao bi postojati mehanizam gubljenja mase kao i način održavanja njezine stabilnosti da se nadjača vanjski tlak. Najvjerojatnije je praznina područje jakog magnetskog tlaka, s poljima reda veličine 10^{-3} T.

1.3 Prominencije

Mirne prominencije se često, ali ne uvijek, pojavljuju u praznini koronine arkade. Niska gustoća u praznini se može objasniti kondenzacijom plazme koja preraspodjeljuje masu u prominenciju. Međutim, takvo tumačenje je nedostatno jer je masa u praznini premala za stvaranje prominencije. Uz to, poznato je da prominencije vremenom gube masu, pa je za održanje potreban dotok nove mase. U svakom slučaju, najbitnije u proučavanju praznina je ponašanje magnetskog polja unutar njih.

Prominencije su vertikalni i tanki (širina oko 10^4 km i dužina oko 10^5 km) slojevi plazme. Visokih su gustoća ($(0.5 - 1.0) \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$), ali nižih temperatura ($T \sim 10^4$ K) od korone, odnosno 100 puta su gušće i 100 puta hladnije nego plazma okolne korone. Protežu se uzduž linija inverzije fotosfere u dugom trajanju od 1 – 300 dana. Promatranjem iznad ruba Sunčeva diska zapažaju se u emisijskom spektru, dok se u projekciji na disk vide nad kromosferom kao tamni *filamenti* u $H\alpha$ apsorpcijskoj spektralnoj liniji.

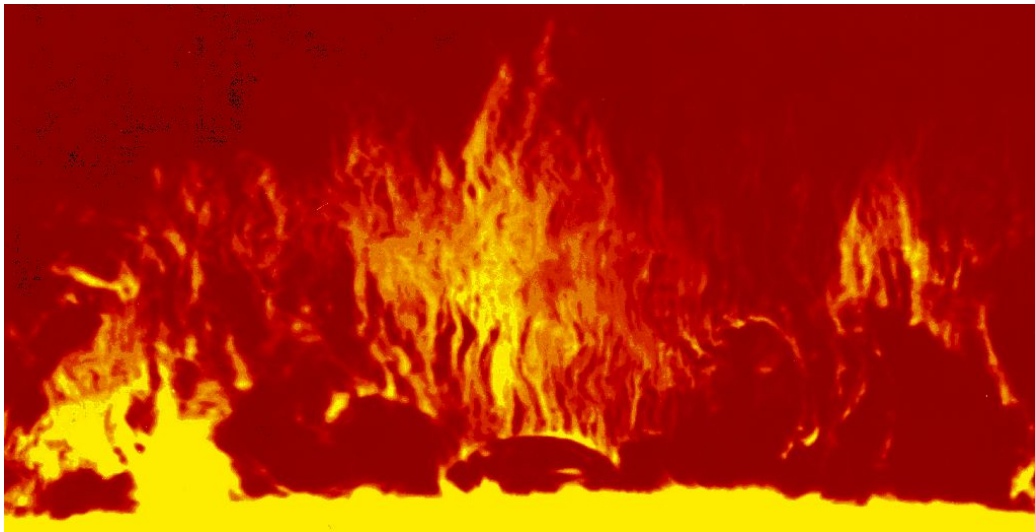
Glavne opažачke osobine prominencija su [14]:

- magnetsko polje iznad 10^6 m je homogeno, horizontalno i nagnuto za oko 20° od horizontalne osi prominencije što je konzistentno s idejom da je prominencija sastavljena od plazme smještene na dnu konkavnog magnetskog polja, jakosti od 3×10^{-4} do 3×10^{-3} T;
- mirne prominencije na velikim heliografskim širinama smještene su na visinama iznad 3×10^7 m, a jakost polja je između 5×10^{-4} i 10^{-3} T. *Inverznog* su *polariteta* (magnetsko polje koje prolazi prominencijom suprotnog je smjera od polja ispod nje);
- prominencije na malim heliografskim širinama, unutar aktivnih područja, su niske (ispod 3×10^7 m visine), jakosti polja od 2×10^{-3} T i *normalnog* su *polariteta* (kada je magnetsko polje u prominenciji istog smjera kao i polje ispod);

- većina velikih mirnih prominencija je inverznog polariteta, međutim one u blizini aktivnog područja mogu biti ili normalnog ili inverznog polariteta;
- mirne prominencije su dugoživeće, prosječno trajajući oko 140 dana i tijekom tog vremena linije inverzije zajedno s prominencijama se pomiču prema polovima prostirući se u istočno-zapadnom smjeru;
- tokovi plazme unutar prominencija su brzina puno manjih od brzine slobodnog pada $\sqrt{gh}$ km s⁻¹, stoga je plazma uglavnom u ravnoteži razapeta između magnetske, gravitacijske i sile tlaka u svom sporom strujanju duž magnetskih silnica. Plazma obično struji prema površini Sunca prosječnom brzinom od oko 0.5 km s⁻¹ promatrana iznad ruba Sunčeva diska, a kada se opaža na disku plazma se uzdiže brzinama od 0.5 do 3 km s⁻¹;
- u mirnoj prominenciji promatranoj iznad ruba Sunčeva diska razlučuju se vertikalne niti obično $(5 - 7) \times 10^6$ m duge i $(0.3 - 1) \times 10^6$ m široke;
- mirne prominencije su vezane za fotosferu “nogama”, međusobnog razmaka od oko 3×10^7 m na rubovima supergranula^d;
- aktivne prominencije su 3 do 4 puta manje od mirnih, niže su, većih gustoća ($\gtrsim 10^{17}$ m⁻³) i jakosti polja ($\sim 2 \times 10^{-3}$ do 10^{-1} T) s jakim horizontalnim strujanjima plazme duž “cijevastih” tvorevina.

Također se može govoriti o dva tipa mirnih prominencija ovisno o mjestu i vremenu pojave [18]. Prve se zapažaju u *novonastalim magnetskim poljima aktivnih područja*, na malim visinama (prosječno do 10^7 m), zakrivljenih oblika i brze evolucije. S druge strane su one nastale u *starim aktivnim područjima*, a karakterizira ih dugovječnost i prostiranje iznad dugih i često

^dKonvektivna gibanja su izravno vidljiva na sunčevoj površini u obliku sačastih tvorevina koje se nazivaju *granulama* (veličina od nekoliko stotina do tisuća km), dok se veće nazivaju *mezogranulama* (do 10 000 km) i *supergranulama* (do 100 000 km).



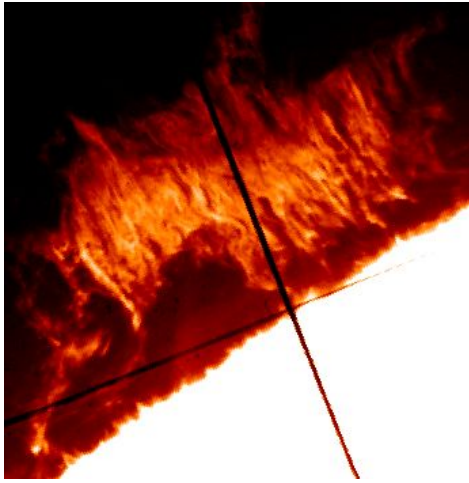
Slika 1.2: Velika mirna prominencija na rubu Sunčeva diska u $H\alpha$ spektralnoj liniji.

ravnih linija inverzije (čak i dužina većih od $1R_{\odot}$). Ove prominencije nalaze se visoko u koroni, iznad 10^7 m, kvazistatično se uzdižući tijekom nekoliko dana prije nego eruptiraju (slike 1.2 i 1.3).

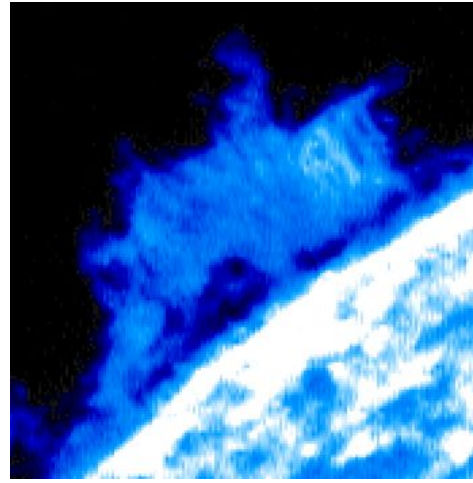
Naravno ove opažачke osobine potrebno je moći i objasniti. U početku velik napredak je napravljen jednostavnim modelima u kojima su globalne osobine donekle opisane pomoću pojednostavljenog pravokutnog presjeka. Međutim, takav model je nedovoljan za opis detaljnije složenije strukture prominencijskih niti, kao i prominencijskog podnožja. Model se može razložiti na: proces stvaranja prominencije, unutrašnju strukturu prominencijskog sloja, utjecaja vanjskih polja i novijeg modela *cijevi magnetskog toka* ili *magnetskih cijevi* (engl. flux tubes).

1.4 Eruptivni procesi

Sunce izbacuje materiju u okolni prostor pomoću dva osnovna procesa. Prvi, stalno prisutan, nazivamo Sunčevim vjetrom, a drugi predstavljaju eruptivni izbačaji velike količine materije, zajedničkog naziva *koronini izbačaji mase*



(a) u $H\alpha$ (*Vacuum Tower Telescope* – Tenerife).



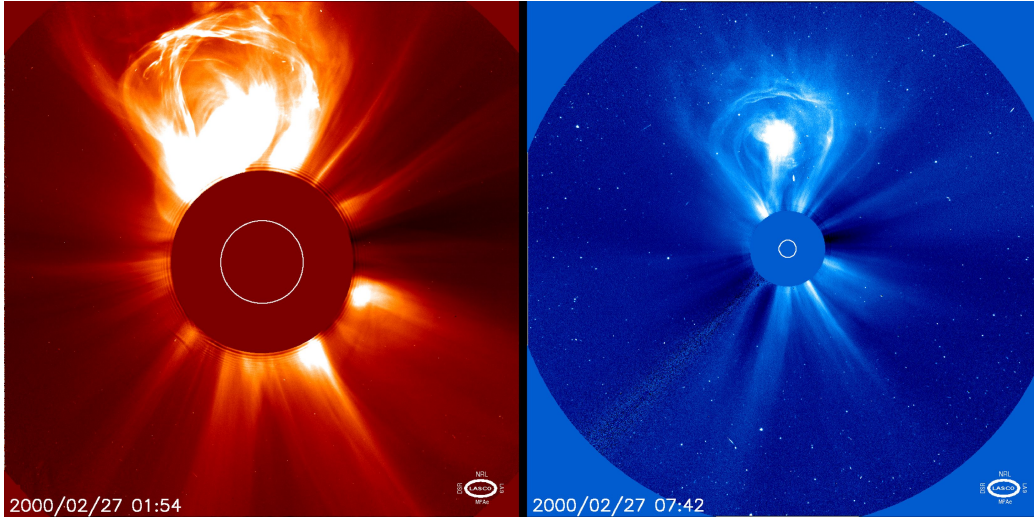
(b) He 584 Å (*Solar Ultraviolet Measurements of Emitted Radiation*).

Slika 1.3: Mirna prominencija u raznim spektralnim područjima.

(nadalje samo skraćenica *KIM*, engl. coronal mass ejections, CME). Koronini izbačaji su magnetohidrodinamičke eksplozije u Sunčevoj koroni kada magnetski “oblak” ubrzano expandira u okolni prostor brzinama od nekoliko desetaka do preko 2000 km s^{-1} , tako da za 1 – 4 dana stigne do Zemlje. Pripadna valna fronta udarnog vala ubrzava na svom putu elektrone i protone, te mnoštvo visokoenergetskih nabijenih elektrona stiže do Zemlje za otprilike $1/2 - 1$ sat nakon lansiranja erupcije.

KIM se svakodnevno bilježe pomoću SOHO (engl. Solar Heliospheric Observatory) satelita u prvoj Lagrangeovoj točki na liniji Zemlja-Sunce. Okultirajući disk koronografa na SOHO-u zaklanja blještavi Sunčev disk radi uočavanja nemirnih koroninih struktura slabog sjaja nastalog fotonskim raspršenjem na slobodnim elektronima.

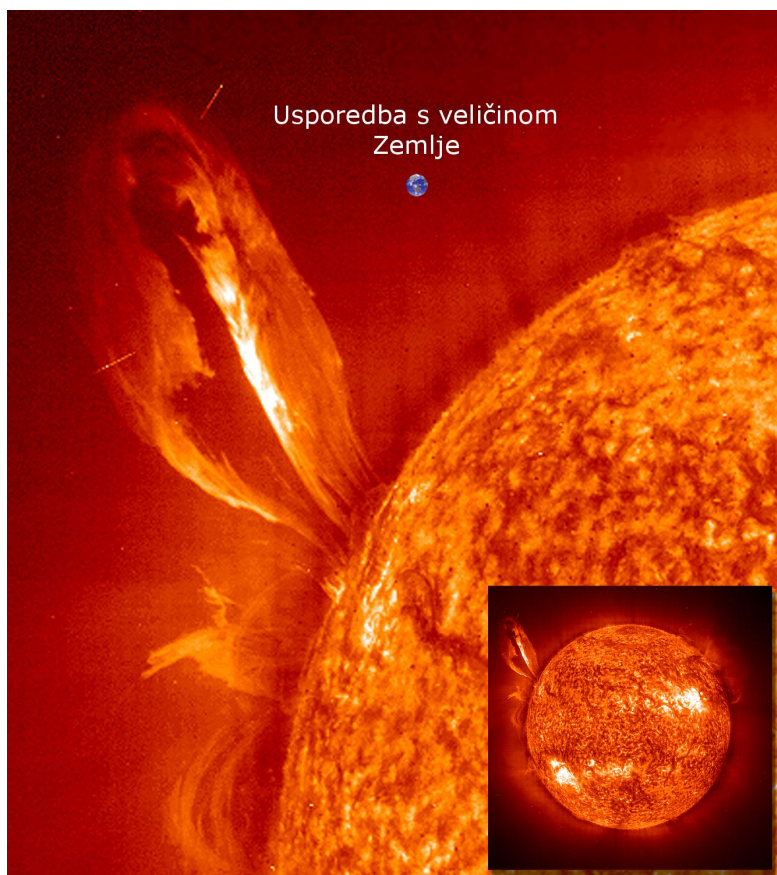
Opažanjem takve svjetlosti može se procijeniti masa elektronskog dijela KIM, odnosno najsvjetlija područja imaju najveću gustoću elektrona što znači da tim elektronima pridruženi ioni najviše pridonose ukupnoj masi, dok tamnija područja imaju manju gustoću i udio u masi je manji. Svaki značajniji KIM odnosi oko 5×10^{12} do $5 \times 10^{13} \text{ kg}$ materije. Procjene mase pro-



Slika 1.4: *Koronin izbačaj mase* zabilježen 27. veljače 2000. pomoću LASCO (engl. Large Angle Spectrometric COronagraph) detektora na satelitu SOHO. Sunčeva fotosfera je označena bijelom kružnicom na dijelu okultirajućeg diska koji zaklanja jako sunčevo zračenje [26].

izlaze iz proučavanja povećanja intenziteta svjetlosti na koronografskim snimkama. Ukupnom integracijom po profilu intenziteta, koji ovisi samo o elektronskoj gustoći n_e , dobiva se masa izbačaja. Npr. za sferu radijusa R , procjena mase bi bila $M = 4\pi R^3 n_e m_p / 3$, uz protonsku masu $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg. Korona se sastoji više od 90% ionizirane vodikove plazme, pa je tako gustoća protona i elektrona otprilike podjednaka. Međutim, protonska masa je 1836 puta veća od elektronske stoga najviše pridodaje u ukupnoj masi koroninog izbačaja. Iz tipične gustoće elektrona u izbačaju, $n_e = 10^{13} \text{ m}^{-3}$, i radijusa približno jednakog radijusu Sunca, $R = 6.96 \times 10^8$ m, dobiva se procijenjena ukupna masa izbačaja od $M = 10^{13}$ kg.

S obzirom da je učestalost KIM otprilike jedan izbačaj po danu, uz prethodno izračunatu masu od oko 10^{13} kg, dobiva se maseni gubitak od otprilike 10^8 kg s^{-1} koji je značajno manji od približnog toka mase Sunčeva vjetra od $2 \times 10^9 \text{ kg s}^{-1}$. Brzine se kreću oko srednje vrijednosti od 400 km s^{-1} , što daje kinetičke energije od oko 10^{24} J, a to je usporedivo s energijama Sunčevih

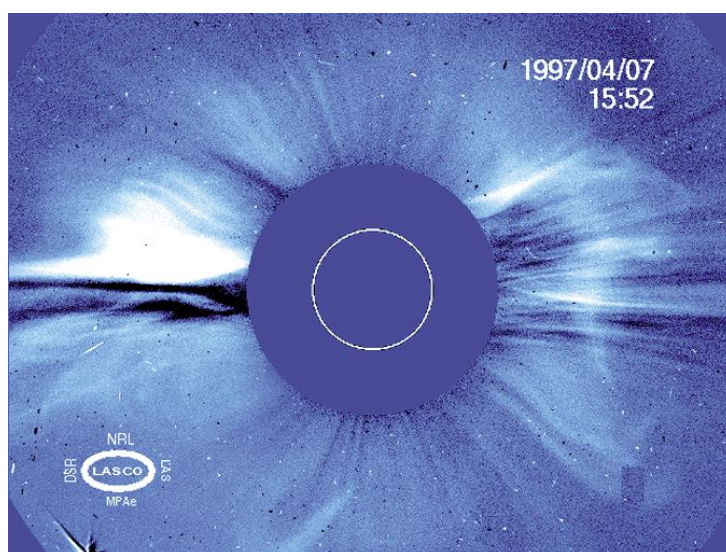


Slika 1.5: *Eruptivna prominencija* opažena iz ultraljubičastog zračenja ioniziranog helija (HeII na 30.4 nm) 24. lipnja 1999. Manja slika prikazuje njezinu veličinu, skoro usporedivu sa Sunčevim radijusom [26].

bljeskova. Za razliku od bljeskova kod kojih se najveći udio energije troši na grijanje plazme te ubrzavanje netermalnih čestica i njihovo zračenje u X- i radio-području, KIM transformira slobodnu energiju pohranjenu u magnetskom polju u kinetičku i potencijalnu.

KIM poprimaju različite morfološke oblike, ali ipak postoje određene zajedničke značajke među njima. U početku ih je većina “mjehurastog” ovalnog oblika, satkana od petlji i niti zatvorenih magnetskih polja. Gornji dijelovi magnetskih petlji ponekad sa sobom odnose visokoionizirane čestice, dok su donji dijelovi petlji na oba kraja usađeni duboko u Suncu. U nekim

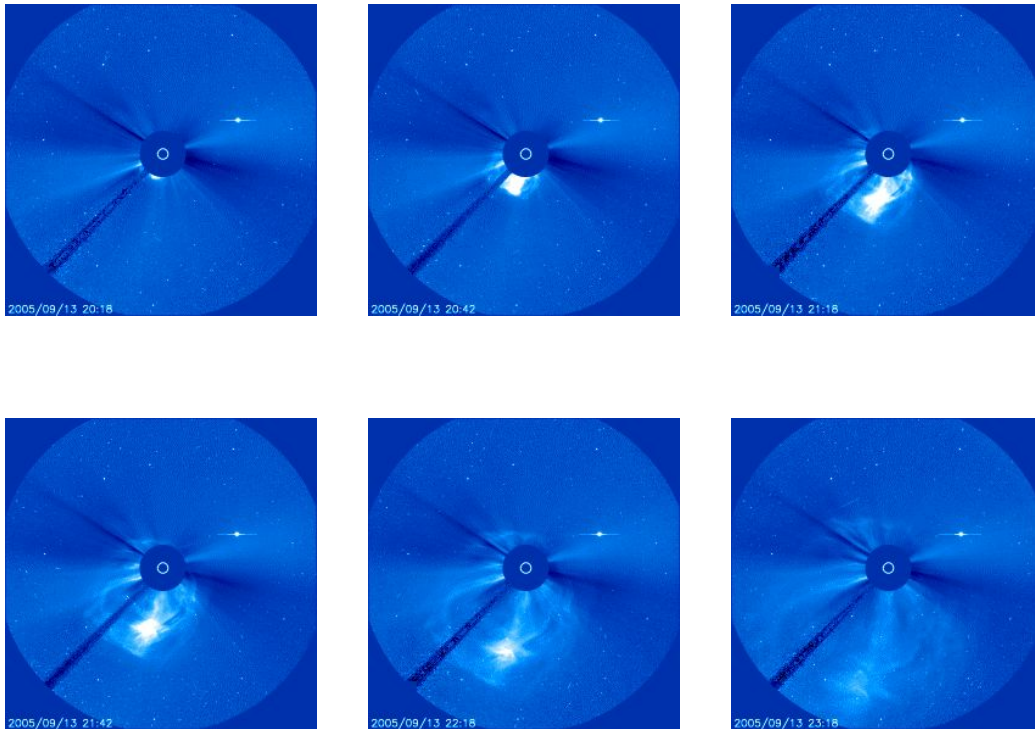
slučajevima izbačeni materijal rasteže magnetsko polje sve dok ono više ne može zadržati ekspandirajući materijal i “pukne” u procesu rekonekcije, pa materija nesmetano bježi sa Sunčeve površine. Osnovni sadržaj koroninog izbačaja sastavljen je od vruće plazme i magnetskog polja nastalog brzom rekonekcijom u nižim dijelovima korone. Heligrafska raštrkanost KIM-a vezana je uz 11-godišnji sunčev ciklus aktivnosti: za minimuma intenzivno je ekvatorijalno područje, dok se za maksimuma izbačaji mogu zapaziti na svim heliografskim širinama i dužinama.



Slika 1.6: LASCO C2 koronograf na SOHO satelitu prikazuje “halo” koroninog izbačaja koji putuje prema Zemlji tijekom 7. travnja 1997. [26].

KIM ima veliki, ponekad i destruktivan, utjecaj na Zemljinu okolinu, posebice magnetosferu. Stoga je važno znati predvidjeti nastanak erupcije, razumjeti dinamiku rasprostiranja međuplanetarnim prostorom kao i procese međudjelovanja s magnetskim poljem Zemlje. Snažne nadolazeće fronte plazme i jakih magnetskih polja stvaraju globalne poremećaje u geomagnetskom polju, i s time vezanu pojavu polarne svjetlosti. Geomagnetski poremećaji oštećuju električnu opremu umjetnih satelita, ponekad uzrokuju čak i iskopčavanje električne mreže u sjevernijim ili južnijim dijelovima Zemaljske kugle. Naravno, većina KIM ne putuje u Zemljinom smjeru: KIM

koji putuju prema Zemlji imaju prstenasti oblik (“halo” KIM) sa Suncem u središtu (slike 1.6 i 1.7).



Slika 1.7: KIM putuje prema Zemlji 13. rujna 2005., promatran LASCO C3 koronografom na SOHO satelitu [26].

Koronini izbačaji često imaju trodijelnu strukturu (slika 1.4): zapaža se svijetli *vodeći luk* ili “*halo*” povećane gustoće unutar kojih se zamjećuje tamnija i rjeđa *praznina* sa *svijetlom jezgrom* koja se katkad može razlučiti kao eruptivna prominencija (Slika 1.5). KIM se uzdiže u Sunčevoj atmosferi, pomiče i razmiče koronu, te zajedno sa Sunčevim vjetrom odlazi u okolni Sunčev sustav. Većina ih nastaje u postojećoj konfiguraciji koroninih arkada i strujnica (slike 1.8 i 1.9) koje KIM narušava ili potpuno uništava. Oko 70% izbačaja povezano je s eruptivnim prominencijama, ali moguće su i druge Sunčeve aktivnosti povezane s pojavom KIM-a, npr. bljeskovi prije ili poslije samog događaja.

Prostorno-vremenska veza izbačaja i prominecija nije jednoznačna, od-



(a) 26. veljače 1998. s koroninim strujnicama u ekvatorijalnom području (minimum sunčeve aktivnosti).



(b) 11. kolovoza 1999. s jednoliko raspoređenim koroninim strujnicama.

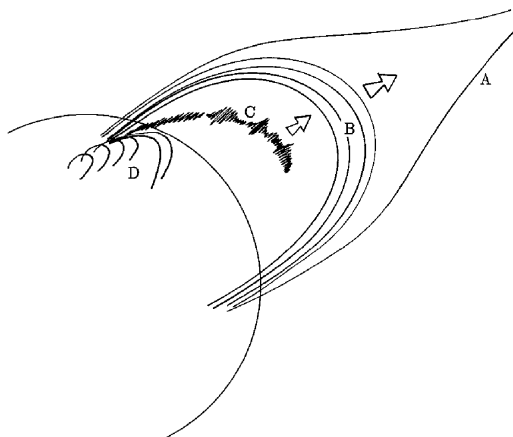
Slika 1.8: Izgled korone i strujnica za pomrčine Sunca [24].

nosno može se samo zaključiti da su oboje posljedica složenog ustroja, nestabilnosti i rekonstrukcije globalnog koroninog magnetskog polja. Polja su vezana za površinsku gustu plazmu koja se neprestano miješa konvektivnim i turbulentnim procesima i diferencijalnom rotacijom Sunca. Takav promjenljivi okoliš stvara kompleksne strukture magnetskog polja unoseći dodatnu energiju i nestabilnosti što rezultira eruptivnom relaksacijom i pojavom KIM. Proces i predviđanja pojave KIM nisu još u potpunosti istraženi i razjašnjeni.

Koronografska opažanja sa samo jednog satelita omogućuju samo dvodimenzionalnu projekciju KIM što povlači pitanje morfologije, odnosno da li je struktura konusnog oblika, sfernog oblika, ili je oblik “dvodimenzionalne” petlje ili arkade. Opažanja pokazuju da su Sunčeve eruptivne prominencije sastavni dio KIM-procesa, međutim pitanje je da li su samo određeni usputni proces ili predstavljaju pogonski mehanizam kojim se inicira izbačaj. Iz složenosti strukture prominencija teško je odrediti egzaktnu povezanost s izbačajima. Ponekad je moguće zapaziti KIM bez pridružene prominencije, ali nikada nije zapaženo obratno, tj. da eruptivna prominencija nastane bez pridruženog izbačaja, stoga trenutna su razmišljanja da su prominencije

sastavni dijelovi KIM procesa, ali nikako nisu njegovi poticajni mehanizmi.

Isprva se mislilo da izbačaj nastaje iz Sunčeva bljeska, odnosno smatralo se da je KIM samo posljedični odziv potaknut intenzivnim bljeskom. Detaljnijim opažanjima uvidjelo se da KIM započinje prije bljeska tako da se može zaključiti da bljeskovi ne uzrokuju KIM već zajedno s prominencijama pripadaju istom procesu manifestiranom na više različitih načina. Nadalje, konfiguracija i način prostiranja izbačaja potpuno su identični bez obzira da li je u blizini nastao ili ne Sunčev bljesak. Kasnijim promatranjima u X-području zračenja uvidjelo se da je KIM idealan i nerezistivan MHD proces koji uopće ne uključuje naglo impulzivno zagrijavanje plazme korone, a tek kasnijim bljeskom započinje intenzivan proces zagrijavanja. Istovremeno u koroni se odvija više bljeskova nego KIM.



Slika 1.9: Shematski model koroninog izbačaja (A) postojeća koronina strujnica, (B) uzdižuća magnetska petlja izbačaja, (C) eruptirajuća prominencija i (D) aktivno područje u kojem se ponekad opaža bljesak [12].

Ugrubo proces se može opisati na sljedeći način (Slika 1.9). U već postojećoj koroninoj strujnici (A), koji se prostire na nekoliko desetaka heliografskih stupnjeva, stvaraju se zatvorena magnetska polja (petlje) (B) čija podnožja su čvrsto vezana u blizini aktivnog područja (D), ali ne i obavezno. Diferencijalna rotacija Sunca i konvektivna gibanja pomiču podnožja inducirajući električne struje i tako unoseći slobodnu energiju u sustav magnetske

petlje. U konačnici takva aktivnost zajedno sa složenom strukturom magnetskog polja stvara ireverzibilni gubitak ravnoteže, petlje se naglo šire i nastaje koronin izbačaj.

Prijašnje zajedničko, a sada odvojeno vanjsko magnetsko polje se otvara i udaljava od filamenta ili prominencije (C) koju obavija te se neravnoteža prenosi i na niže strukture – to objašnjava pojave bljeska i erupcije prominencije poslije pokretanja izbačaja.

Ipak pitanje ostaje, koja je detaljna veza među svim navedenim procesima, koliki je međusobni utjecaj među njima, koje im je osnovno izvoriste i sl.

Poglavlje 2

Koronini izbačaji

2.1 Eruptivni procesi u Sunčevoj atmosferi

Udio u gubitku mase koju odnosi koronin izbačaj približno iznosi nekoliko postotaka od mase što odnosi kontinuirani Sunčev vjetar. KIM se razlikuju od ostalih eruptivnih procesa na dva načina: ponajviše u svojoj golemoj masi te što uvijek imaju dovoljno kinetičke energije da se suprotstave gravitaciji i odlaze sa Sunca. Veliki broj opaženih KIM započinje poremećajima u koroninoj strujnici kada strujnica naglo oformi specifičnu nepromijenjivu strukturu čiji vanjski rub eruptira brzinama najčešće između $100 - 1000 \text{ km s}^{-1}$. Trodijelna struktura im je skoro pa identična strukturi koronine strujnice: *svijetla ovojnica* s tamnom *prazninom* obavlja (*eruptivnu*) *prominenciju*.

U nižoj koroni, kako je već spomenuto, jakost magnetskog polja približno iznosi 10^{-3} T što odgovara Alfvénovoj brzini^a od oko 700 km s^{-1} (ili većih), a brzina zvuka^b na temperaturi od oko $2 \times 10^6 \text{ K}$ je oko 150 km s^{-1} . Brzine većine izbačaja kreću se u širokom rasponu, prosječno $350 - 400 \text{ km s}^{-1}$. Ipak brzine su uglavnom veće od brzine zvuka, a manje od Alfvénove. U početku KIM ne stvaraju MHD udarne fronte u nižoj koroni, ali kako napreduju

^a $v_A = B/\sqrt{\mu\rho}$ izlazi iz disperzijske relacije za Alfvénove valove $\omega^2 = k^2 v_A^2 \cos^2 \theta$, gdje se valovi šire pod nekim kutom θ naspram polja $\mathbf{B}$.

^b $v_s = \omega/k = \sqrt{kT/m_p}$ za longitudinalne (zvučne) valove.

postaju sve brži, a okolna Alfvénova brzina opada, tako da na nekoj visini nastaje MHD udarni val. Samo mali broj KIM ima veliku brzinu od oko 10^3 km s^{-1} i uzrokuje brze MHD udarne valove.

Brzina oslobađanja od gravitacije na heliocentričnoj udaljenosti od $\sim 1.1R_{\odot}$ iznosi oko 550 km s^{-1} . Međutim u bježanju pomaže ubrzanje zbog aerodinamičnog potiska Sunčeva vjetra. Spori izbačaji u svom kretanju zapravo postepeno prolaze kroz susjedna kvazi-ravnotežna stanja, dok brzi KIM naglo i impulzivno eruptiraju zbog velikih unosa slobodne energije u kratkom vremenskom razdoblju.

Ostaje otvoreno pitanje što pokreće KIM; jedini dostatni izvor energije je pohranjena slobodna energija magnetskog polja korone. Prije same pojave izbačaja, koronina strujnica nekoliko dana raste i buja. Praznina lebdi u slojevitoj atmosferi uravnotežena između težine i polja prominencijske plazme i svoda strujnice. Vanjskom smetnjom moguće je narušiti ravnotežu i erupcija započinje podizanjem prominencijske plazme, isprva konstantnom brzinom ispod 100 km s^{-1} , sve do nastupa naglog ubrzavanja kada se strujnica potpuno otvori.

Prominencijska materija nije potpuno sačuvana, konstantno pomalo istječe duž sustava magnetskih polja, a manjak materijala, zasad nepoznatim procesima, se nadomješta i moguće je da je to glavni pokretač prominencijske evolucije. Povećanjem mase težina nadvlada magnetski utjecaj i erupcija nije toliko intenzivna, međutim čak i kratkotrajnim malim smanjenjem prominencijske mase nestaje protuteže magnetskim silama koje naglo uzdižu prominenciju i dramatično razdiru svod strujnice. Magnetsko zatočenje slabi, i plazma iz oslabljenog polja odlazi u međuplanetarni prostor.

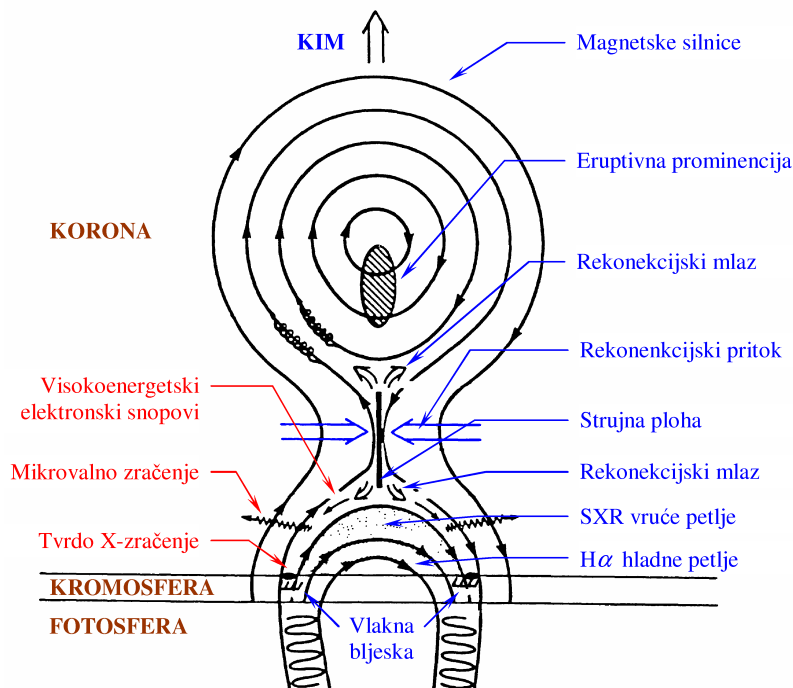
Teoretski se na razne načine pokušao objasniti nastanak KIM zbog intenzivnog bljeska, ali u ukupnom zbroju pojavljuje se nedostatak energije. Energija se raspodjeljuje na dio potreban za poticanje KIM, kao i dio kojeg KIM odnosi sa sobom. Ostatak se skladišti u otvorenom magnetskom polju koji se kasnije oslobađa raznim relaksirajućim procesima. Nedostatak se pokušao nadopuniti energijom koju spora fotosfera unosi u koronu – stru-

jama usporednim s poljem ($\mathbf{j} \parallel \mathbf{B}$) – energijom samouravnoteženog polja. Međutim, pokazalo se da energija otvorenog uvijek veća od energije bilo koje konfiguracije ograničenog samousuglašenog polja, npr. čije sve silnice su vezane uz fotosferu. Dovoljno energije je moguće pohraniti jedino stvaranjem strujnih vlakana, tj. usukavanjem magnetskih silnica. U koroni, gravitacija preko zatočene mase u magnetskom polju sprječava beskonačno širenje polja, tj. služi kao svojevrsno sidro. U složenim uvjetima, poput onih u koroni, magnetsko polje može “upiti” bilo koju količinu energije, pa tako da i pre-raste energiju otvorenog polja čime postaje ključ dotoka energije u procesima koroninih izbačaja. Uz to što gravitacija i tlak sudjeluju u gomilanju energije, ipak najveću ulogu ima magnetsko polje.

2.2 Magnetsko ustrojstvo koroninih izbačaja

Postoje naznake izrazite povezanosti između eruptivnih prominencija i koroninih izbačaja, gruba procjena se kreće oko 75%, iako potpuna statistička pouzdanost još nije utvrđena.

Prominencije i magnetske arkade postaju nestabilne kada magnetska struktura polja postane previše složena. Prominencijska erupcija započinje nakon sporog rasta do trenutka kritične visine i često se povezuje s nastankom *dinamičkog* ili *dvo-vlaknastog bljeska* (engl. two-ribbon flares) – Slika 2.1. Radi preglednosti i uvida u teoretsko modeliranje navest će se samo osnovni i značajniji prominencijski modeli [14], kao i naznake magnetske povezanosti s koroninim izbačajima.



Slika 2.1: Magnetska struktura prominencije i morfologija pridruženog dvo-vlaknastog bljeska [19].

2.2.1 Nastanak prominencije

Prominencija se promatra u toplinskoj ravnoteži kada je:

$$h_0 = Q\rho_0, \quad (2.1)$$

gdje h_0 opisuje grijanje, $Q\rho_0$ radijativni gubitak topline ($Q = cst.$). Pri konstantnom tlaku jednadžba energije^c ($\kappa_\perp \ll \kappa_\parallel$) postaje:

$$c_p \frac{\partial T}{\partial t} = h_0 - Q\rho + \frac{\kappa_\parallel}{\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial s^2}, \quad (2.2)$$

gdje je s udaljenost uzduž silnice i $\rho T = \rho_0 T_0$, a posljednji član predstavlja termičku vodljivost. Za malu smetnju, $T'/T_0 \ll 1$ i $\rho'/\rho_0 \ll 1$, uz $T = T_0 + T'$, $\rho = \rho_0 + \rho'$ iz (2.2) slijedi:

$$c_p \frac{\partial T'}{\partial t} = \frac{Q\rho_0 T'}{T_0} + \frac{\kappa_\parallel}{\rho_0} \frac{\partial^2 T'}{\partial s^2} \quad (2.3)$$

Uz pretpostavku da je smetnja ponaša $T' \sim \exp(\omega t + 2\pi i s/L)$ dobiva se *brzina rasta*:

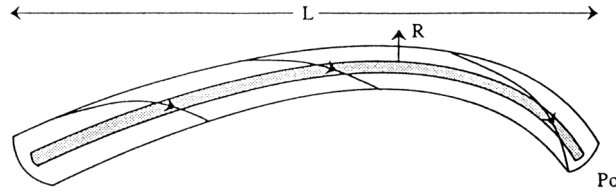
$$\omega = \frac{Q\rho_0}{c_p T_0} - \frac{\kappa_\parallel 4\pi^2}{c_p \rho_0 L^2} \quad (2.4)$$

Do *termičke* (ili *radijativne*) *nestabilnosti* dolazi kada zračenje prevlada termičku vodljivost, tj.:

$$L > L_{\max} = 2\pi \sqrt{\frac{\kappa_\parallel T_0}{Q\rho_0^2}}, \quad (2.5)$$

odnosno kada je koronina silnica preduga čime prijenos topline pomoću vodljivosti postaje neefikasan i plazma se hladi na temperaturu prominencije.

^copćenito glasi $\rho \frac{D\epsilon}{Dt} - \frac{p}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = -\mathcal{L}$, gdje je ϵ unutarnja energija po jediničnoj masi, a $\mathcal{L}$ zbroj svih ponora i izvora energije po jediničnom volumenu. Može biti $\mathcal{L} = \nabla \cdot \mathbf{q} + L_r - \frac{j^2}{\sigma} - h$ sastavljen od gubitaka elektromagnetskim zračenjem, L_r ; mehaničkog grijanja, h ; i divergencije toka toplinske energije $\nabla \cdot \mathbf{q} = \nabla_\parallel \cdot (\kappa_\parallel \nabla_\parallel T) + \nabla_\perp \cdot (\kappa_\perp \nabla_\perp T)$; κ je termička vodljivost paralelna ili okomita na magnetsko polje.



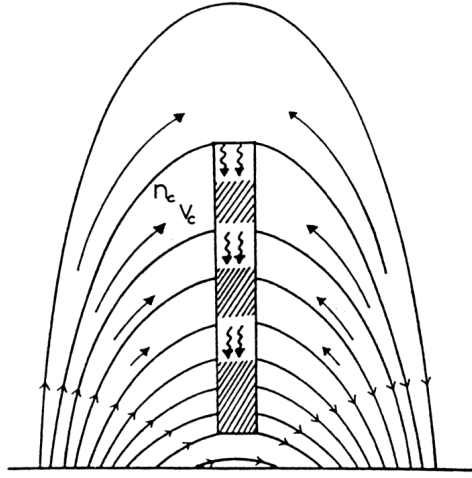
Slika 2.2: Magnetska cijev s hladnom plazmom u okolini središnje osi [14].

Dodatno se model može proširiti i poboljšati, npr. uvesti temperaturnu ovisnost funkcije radijativnog gubitka topline, ili nelinearni razvoj prominencije i sl.

Moguće je prominenciju promatrati unutar cilindrično simetrične magnetske cijevi ili koronine petlje duž koje se prati ravnoteža energije i magnetostatske sile u radijalnom smjeru. Produljivanjem silnica, povećanjem tlaka ili namota silnica stvara se hladni filament unutar magnetske cijevi (Slika 2.2). Na sličan način razmatra se i stvaranje “samouravnoteženog polja” magnetske arkade pri čemu se duž svih silnica rješava jednadžba energetskog uravnoteženja:

$$\frac{d}{ds} \left(\kappa_{\parallel} \frac{dT}{ds} \right) - \frac{\kappa_{\parallel}}{B} \frac{dB}{ds} \frac{dT}{ds} = \rho^2 Q(T) - h\rho \quad (2.6)$$

zajedno sa jednadžbom hidrostatske ravnoteže ($dp/dz = -\rho g$). Ravnoteža se postiže kada namoti silnica polja dosegnu kritičnu vrijednost i tada se vrh prominencije naglo hladi na vrijednosti opažajkih temperatura. Povećanjem broja namota povećava se raspon visina u kojima se može uspostaviti ravnoteža. Slično se događa ako je širina ili tlak u magnetskoj arkadi velik. Produbljivanjem modela dolazi se i do zamisli o dinamičkom procesu (Slika 2.3) u kojem se plazma neprestano uzdiže duž statičkih silnica polja, hladi u području neravnoteže i postepeno pada u podnožje arkade.



Slika 2.3: Dinamički model prominencije [14].

2.2.2 Unutrašnja struktura

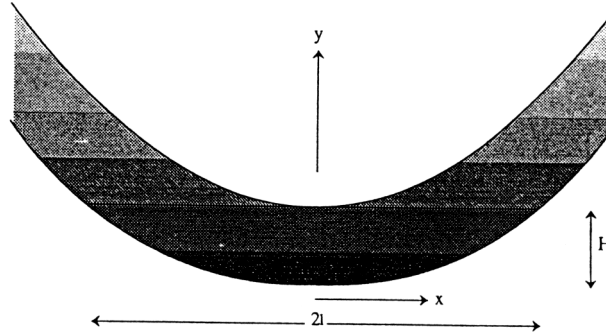
Magnetohidostatska jednadžba za slučaj uravnoteženja magnetske, gravitacijske sile i tlaka je:

$$-\nabla (B^2/2\mu) + (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B}/\mu - \nabla p + \rho g = 0, \quad (2.7)$$

gdje je $\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B}/\mu$, $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ i $p = \rho RT$. Duž magnetskih silnica magnetska sila iščezava, a za konstantnu temperaturu tlak eksponencijalno pada: $p = p_0 \exp(-y/H)$ gdje je H visinska skala ili ekvivalentna visina atmosfere^d (engl. scale-height).

Karakterističan iznos $H \sim 180$ km i temperatura od oko 6000 K daju objašnjenje male visine hladnog prominencijskog sloja. Plazma leži na dnu zakrivljene magnetske cijevi gdje se magnetska napetost (napetost magnetskih silnica) suprotstavlja gravitaciji (Slika 2.4). Širina prominencije će ovisiti o jačini zakrivljenja magnetskog vlakna, npr. za malu zakrivljenost potrebno je prijeći u horizontalnom smjeru veliku udaljenost l da se visina poveća za H . Tako se poluširina l može približno uzeti da je $l = 2(B_x/B_{y0})H$, gdje

^du izotermičkoj atmosferi, za jednu visinsku skalu H tlak se mijenja s faktorom e .



Slika 2.4: Smještaj plazme u zakrivljenom magnetskom vlaknu [14].

je B_{y0} vertikalna jakost polja na udaljenosti l od najniže točke magnetskog vlakna. Tom relacijom se može procjenjivati i nagib polja, npr. za $H = 180$ km i $l = 3000$ km slijedi da je $B_x/B_{y0} \approx 8$ što odgovara malom kutu nagiba od nekoliko stupnjeva prema horizontali na rubu prominencije.

Izvan područja prominencije magnetske sile nadjačavaju tlak i gravitacijsku ($-\nabla p \rightarrow 0$ i $\rho g \rightarrow 0$), pa se jednačba (2.7) svodi na jednačbu samouravnoteženog polja (kada je $(\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B}/\mu = -\nabla(B^2/2\mu)$). U modelima se ponekad uzima da je vanjsko polje potencijalno, a ponekad samouravnoteženo.

Neovisno da li je prominencija normalnog ili inverznog polariteta može se predstaviti kao uspravni sloj plazme. U jednostavnom modelu može se uzeti da su temperatura i horizontalne komponente polja (B_x, B_z) konstantne, dok vertikalna komponenta B_y , tlak (p) i gustoća (ρ) ovise samo o x -koordinati. Jednačba ravnoteže sila (2.7) razlaže se tada na komponente^e:

^eraspisivanjem pojedinih članova uz uvažavanje zadanih uvjeta vrijedi:

- $\nabla B^2 = (\partial_i \hat{x}_i) (B_j B_j) = \partial_i (B_j B_j) \hat{x}_i = \partial_x B_y^2(x) \hat{x} = 2B_y(x) \partial_x B_y \hat{x};$
- $(\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} = (B_i \partial_i) \mathbf{B} = B_x \partial_x B_y(x);$
- $\nabla p(x) = \partial_x p(x) \hat{x};$

slijedi jednačba ravnoteže: $-\frac{B_y(x)}{\mu} \frac{\partial B_y(x)}{\partial x} \hat{x} + \frac{B_x}{\mu} \frac{\partial B_y(x)}{\partial x} - \frac{\partial p(x)}{\partial x} \hat{x} + \rho(x)g = 0.$

$$p + \frac{B_y^2}{2\mu} = \frac{B_{y0}^2}{2\mu}, \quad (2.8)$$

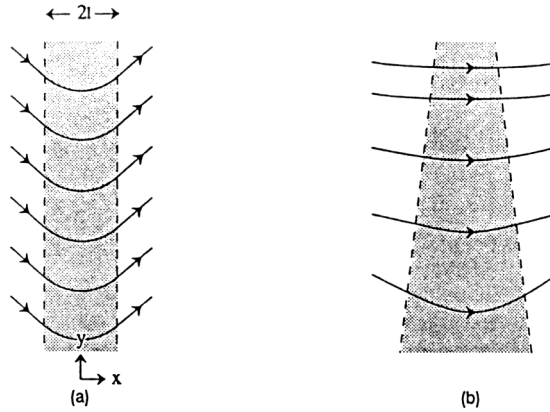
$$\frac{dB_y}{dx} \frac{B_x}{\mu} - \rho g = 0 \quad (2.9)$$

gdje je $B_y(x) \rightarrow \pm B_{y0}$ i $p(x) \rightarrow 0$ kada $x \rightarrow \pm\infty$. Magnetsko polje ima dvije uloge: prema (2.8) sažima sloj i povećava pritisak plazme za mali iznos koji je jednak vanjskom magnetskom tlaku vertikalnog polja, $B_{y0}^2/2\mu$. Istovremeno iz (2.9) se vidi da magnetska tenzija se opire gravitaciji. Rješenje jednadžbi (2.8) i (2.9) je:

$$B_y = B_{y0} \tanh(x/l), \quad (2.10)$$

$$p = \frac{B_{y0}^2}{2\mu} \operatorname{sech}^2(x/l), \quad (2.11)$$

gdje je l poluširina prominencije definirana kao i prije.



Slika 2.5: Prominencijski sloj koji je (a) jednolik; (b) se sužuje s visinom [14].

Kasnije se su se razvili i modeli s općenitijim postavkama koji npr. uključuju prostorne varijacije $T(x)$ temperature i tada

$$B_y = B_{y0} \tanh \int_0^x dx/l(x)$$

povezuje magnetostatsku i energetska ravnotežu. Spomenuta rješenja važeća su kada je plazmeni β manji nego što je neka kritična vrijednost, npr. može biti i kada je $\beta \ll 1$. Stoga, moguće je model nadopuniti na način da se dopusti spora varijacija polja o visini: $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0(x) + \epsilon \mathbf{B}'(x, y)$, gdje je $\mathbf{B}_0$ predstavlja prijašnje nesmetano polje. Rezultat koji se dobiva jest da se širina prominencijskog sloja smanjuje s visinom, dok silnice postaju sve manje zakrivljene i gušće – što potvrđuju i opažanja (Slika 2.5).

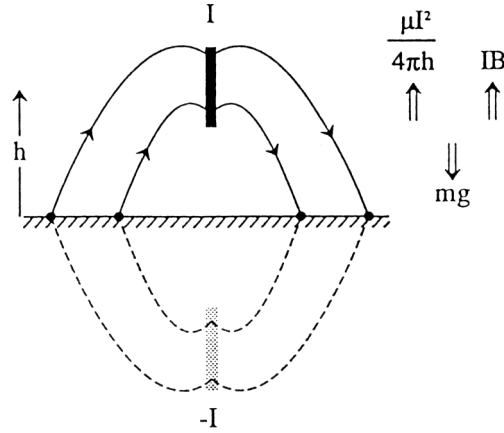
2.2.3 Vanjska struktura

Iako se prominencije opažaju već mnogo godina tek relativno nedavno, prije otprilike 40 godina, se pojavio prvi teoretski model magnetske strukture.

Prvotni modeli su bili predstavljeni slojem plazme kojim teče struja jakosti I na visini h i usmjerenom iz ravnine presjeka prominencije kao što je prikazano na slici 2.6. Tako orijentirana struja mijenja vertikalnu komponentu otvorenog okolnog polja usmjerujući ga s lijeva nadesno. Uz pretpostavku da su nožišta magnetske arkade učvršćena na površini fotosfere tijekom evolucije prominencije, modelirati se može uvođenjem “prividne” struje $-I$ na dubini $-h$ ispod fotosferske površine. Ukupni rezultat je da gravitacijska sila od prominencijske mase m uravnotežena silom nastalom spajanjem silnica (odnosno postojanjem prividne suprotne struje te njihovog međusobnog odbijanja jakosti $\mu I^2/(4\pi h)$) i Lorentzovom silom IB proizašlom iz međudjelovanja prominencijske struje I i pozadinskog polja B korone na visini h .

Naredni model se može postaviti tako da kroz prominenciju prolazi magnetsko polje suprotnog usmjerenja, što nalaže da struja I bude usmjerena u ravninu presjeka (Slika 2.7).

Usmjerenost silnica magnetske arkade stvara magnetsku tenziju unutar prominencije usmjerenu prema gore. Silnice najbliže fotosferi nad linijom inverzije tvore lukove iznad kojih polje stvara X-konfiguraciju i neutralnu



Slika 2.6: Model prominencije normalnog polariteta [14].

točku. U ovome modelu jedina sila koja se opire gravitacijskom padu je sila “prividne” struje ($\mu I^2/(4\pi h)$), jer sada zbog suprotnog usmjerenja promi-nencijske struje Lorentzova sila pozadinskog koroninog polja povlači nado-lje. Naravno, svi ovi navedeni modeli su početni, općeniti modeli koji zbog objašnjenja finije prominencijske strukture moraju biti prilagođeni, nadopu-njeni ili promijenjeni, kao što su npr. modeli prominencija normalnog ili inverznog polariteta prikazani na slikama 2.8.

Svi gore navedeni modeli u opisu nisu imali, osim vanjske, uključenu i unutarnju magnetsku strukturu same prominencije, kao što je na slici 2.9a.

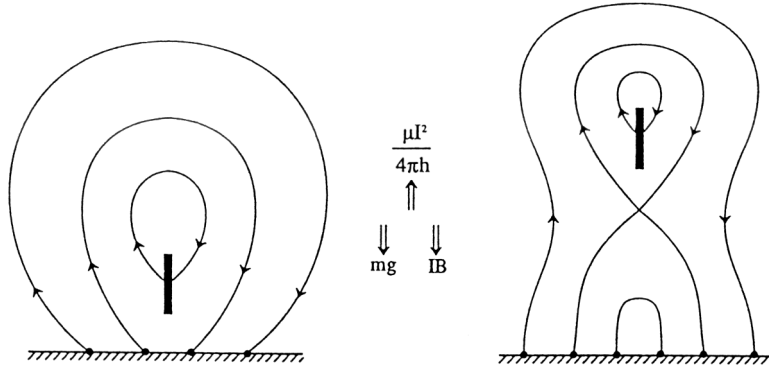
U takvom opisu, uzima se da je polje oblika:

$$(B_x, B_y, B_z) = (X(x), Y(x), Z(z)) \exp(-y/(2H_c)), \quad (2.12)$$

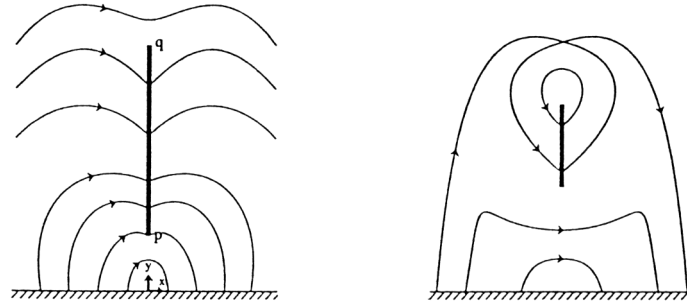
dok tlak i visinska skala su dani:

$$p = \frac{P(x)}{2\mu} \exp(-y/H_c), \quad (2.13)$$

$$H(x) = \frac{RT(x)}{\tilde{\mu}g}, \quad (2.14)$$



Slika 2.7: Magnetska struktura prominencije inverznog polariteta [14].



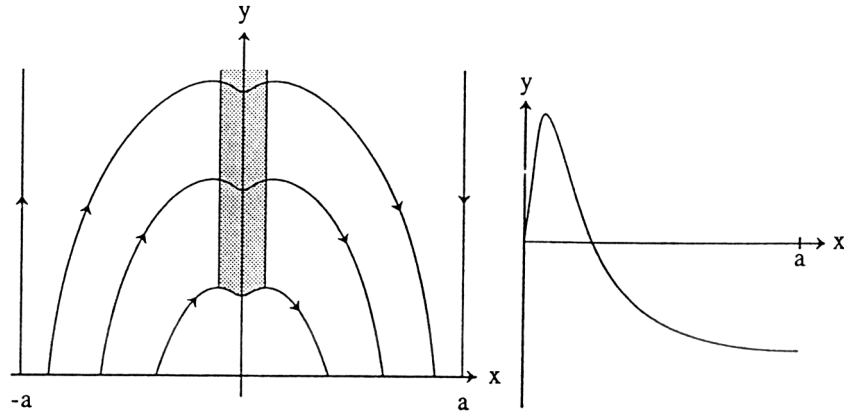
Slika 2.8: Malherbe-Priest modeli normalnog polariteta [14].

uz $Z(x) = \alpha X(x)$ i $Y(x) = 2(dX/dx)H_c$; ($\tilde{\mu}$ je *srednja molekularna težina*^f).

Ovdje je magnetska arkada širine $2a$, dok sama prominencija je $2l$. Radi jednostavnosti uzima se da je temperatura T_p konstantna unutar prominencije ($|x| \leq l$) i konstantna T_c u koroni ($l \leq x \leq a$). Uz takve pretpostavke dobiva se skok-funkcija visinske skale $H(x)$. Horizontalne i vertikalne komponente pri uravnoteženju sila daju jednadžbe za $P(x)$ i $X(x)$:

$$P + X^2 + Y^2 + Z^2 = P_T, \quad (2.15)$$

^fdefinirana na način $\tilde{\mu} \equiv \overline{m}/m_H$, gdje je $\overline{m}$ srednja masa čestice plina, a m_H masa vodikovog atoma.



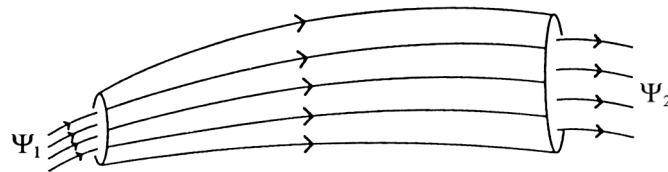
Slika 2.9: (a) Hood-Anzer model; (b) promjena vertikalnog polja u ovisnosti o udaljenosti od prominencijske osi [14].

$$2H_cXY' = \left[\left(1 - \frac{H_c}{H} \right) Y^2 + \frac{H_c}{H} (P_T - X^2 - Y^2) - P_T \right], \quad (2.16)$$

gdje je P_T konstanta, a $Y = 2X'H_c$. U koroni je $P(x)$ otprilike jednolik, a s $Y = \cos[(x-a)\sqrt{1+\alpha^2}]$ dobiva se približna horizontalna varijacija vertikalnog polja za $l \leq x \leq a$. Numeričko rješenje je prikazano na slici 2.9b.

2.2.4 Model magnetske cijevi (ili magnetskog vlakna)

Većina opaženih prominencija je inverznog polariteta i detaljnije strukture koje navedeni modeli ne mogu adekvatno objasniti. Prirodno je postaviti, eventualno, bolji model – *model magnetske cijevi* ili *vlakna*.



Slika 2.10: Dio cijevi magnetskog toka [14].

“Cijevi” magnetskog toka pogodne su što iz $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ slijedi očuvanje toka, tj. koliki tok uđe u neki volumen, toliko mora i izaći. Cijev toka je ploha koju čine silnice koje prolaze svim točkama neke zatvorene krivulje. Kroz tu plohu je tok polja nula. Kroz bilo koju zatvorenu krivulju, koja leži na cijevi toka i samo je jednom obuhvaća, prolazi isti tok.

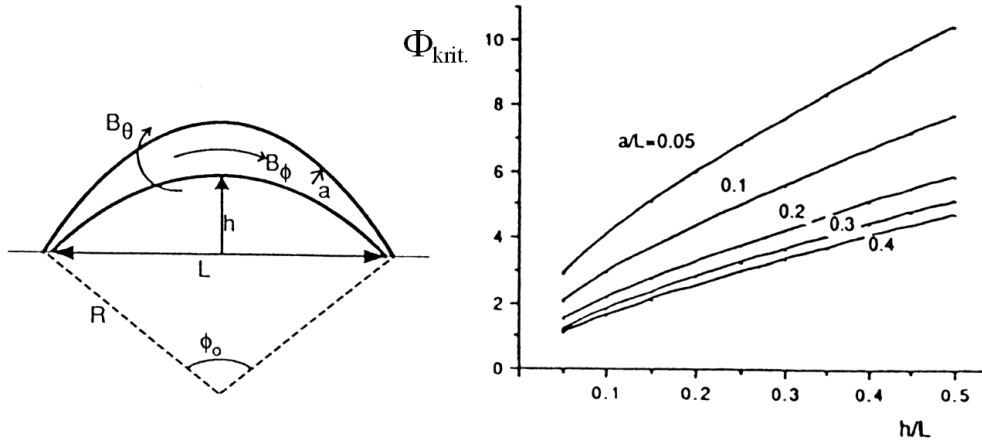
Model se zasniva na tome da se aktivne ili mirne prominencije reprezentiraju zakrivljenom i usukanom magnetskom cijevi sačinjenom od silnica. Usukanost može nastati ili gibanjem podnožja u fotosferi ili Coriolisovom silom ili magnetskim prespajanjem (rekonekcijom, slika 2.12) čime se stvaraju prominencije inverznog polariteta, a jedino prvonavedenim dodatno se može stvoriti i normalnog polariteta. Coriolisova sila usukava magnetsku cijev tijekom rotacijskog perioda; za otprilike 35 dana magnetska silnica se jednom namota. Kako se vlakno sve više plete, na vrhu se stvara konkavno magnetsko udubljenje pogodno za zatočenje prominencijske plazme. Plazma se može kondenzirati iz okolne korone (osobito kod mirnih prominencija) ili kromosferskim ubrizgavanjem (najčešće kod aktivnih). Namatanjem silnica, magnetskim prespajanjem ili usukavanjem prominencija raste ili se rasteže. Helikoidno polje se sve više i više uzdiže kako broj prespajanja raste. U trenutku kada usukanost polja postane nadkritična ili se eventualno veličina prominencije previše poveća, dolazi do erupcije. Kriterij usukanosti iznad koje nastupa erupcija se općenito može izraziti velikim R i malim a polumjerom torusoidnog oblika prominencije: $\Phi_{\text{krit.}} \propto \sqrt{R/a}$ (Slika 2.11b).

Objašnjenje usukanosti pomoću magnetskog prespajanja nad linijom inverzije je obećavajuće i podosta usuglašeno s empirijskim podacima.

Magnetsko polje na najvišem dijelu prominencije moguće je predstaviti sa samousuglašenim poljem pri kojem se zanemaruje zakrivljenost duž vlakna, odnosno z -osi (Slika 2.13a). U cilindričnom sustavu, komponente su tada:

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta}, \quad B_\theta = -\frac{\partial A}{\partial r}, \quad B_z = B_z(A), \quad (2.17)$$

a tok zadovoljava:



Slika 2.11: (a) Opis prominencijske magnetske cijevi; (b) kritična vrijednost usukanosti magnetskog polja prominencije u ovisnosti o visini h i polumjeru a [14].

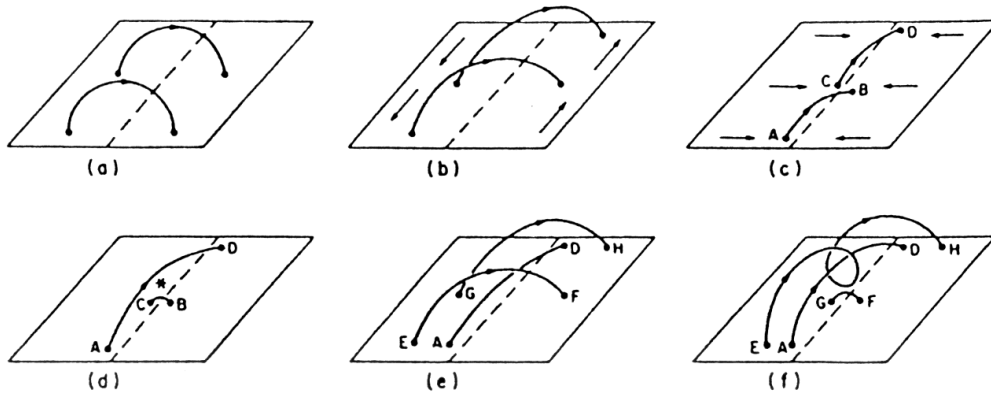
$$\Psi = \nabla^2 A + \frac{d}{dA} \left(\frac{1}{2} B_z^2 \right). \quad (2.18)$$

Na početku prominencijske evolucije može se uzeti:

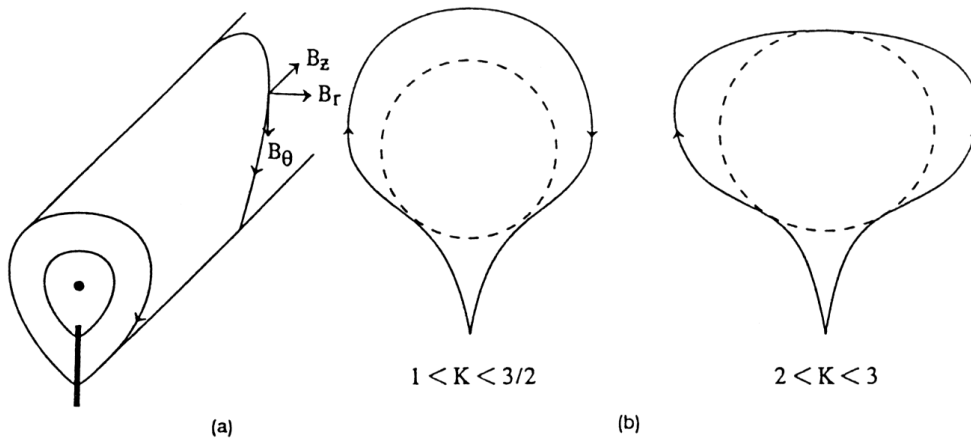
$$B_{0\theta} = \frac{B_0 r}{\sqrt{2}l}, \quad B_{0z} = B_0 \left(1 - \frac{r^2}{l^2} \right), \quad (2.19)$$

za $0 \leq r \leq a$, gdje su B_0 , l i a izraženi pomoću toka (Ψ), broja namota (Φ) i vanjskog tlaka (p_v). Kasnije se može promatrati da prominencija tvori vertikalni sloj plazme za $\theta = \pi$ i polje se može napisati u obliku $\mathbf{B}_0(r) + \mathbf{B}'(r, \theta)$, gdje:

$$B'_r = -\kappa r^{\kappa-1} \sin \kappa \theta, \quad B'_\theta = -\kappa r^{\kappa-1} \cos \kappa \theta. \quad (2.20)$$



Slika 2.12: Tvorba usukanog magnetskog polja prespajanjem iznad fotosfere [14].



Slika 2.13: (a) Definiranje sustava magnetskog polja prominencije; (b) oblici polja za razne parametre K [14].

2.2.5 Chenov model magnetskih cijevi koroninog izbačaja

Općenito je prihvaćeno da su sile koje uzrokuju KIM magnetske prirode, međutim još uvijek im je struktura diskutabilna. Torusoidni model promi-nencije i njegov utjecaj na cjelokupnu KIM dinamiku već je odavno korišten ([2], [22], [31]). Srž modela se sastoji od zakrivljenog cilindričnog magnet-skog vlakna čiji krajevi usidreni u gustoj fotosferi. Vlaknom teku struje koje stvaraju poloidalno (azimutalno), B_ϕ , i toroidalno (longitudinalno), B_z , magnetsko polje. Zakrivljenost toroidalnog polja duž vlakna uzrokuje tenziju usmjerenu prema fotosferskoj površini. Njoj se suprotstavlja gradijent mag-netskog tlaka poloidalnog polja zbog izvitoperene (engl. kink) nestabilnosti. Vlakno će biti stabilno sve dok vrijedi ([13], jed. (10.63)):

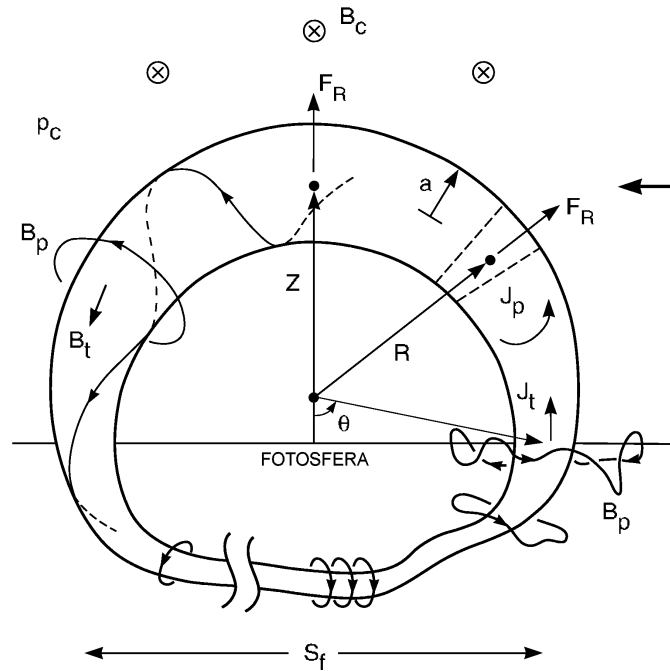
$$B_z^2 > \frac{1}{2} B_\phi^2 \quad (2.21)$$

Najrazrađeniji i najčešće upotrebljavan je *Chenov model magnetskih cijevi* [8] (2003) koji će se u detalje razmotiriti. Topološki je trodimenzionalan i uključuje: Lorentzovu silu, silu od gradijenta tlaka i gravitacijsku silu.

Predstavljen je (Slika 2.14) gustoćom struje unutar vlakna $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ i magnet-skog polja $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ povezanih pomoću $\mathbf{J} = (1/\mu)\nabla \times \mathbf{B}$. Struja je lokalizirana unutar vlakna torusoidnog oblika velikog polumjera R i malog a . Uzima se da je $|\mathbf{J}(r \leq a)| \gg |\mathbf{J}(r > a)|$ i $\mathbf{J} = \mathbf{0}$ za $r > a$. Unutar vlakna struja $\mathbf{J}$ se može razložiti na dvije komponente: *toroidalne* (lokalno osne), $J_t(r)$, i *poloidalne* (lokalno azimutalne) komponente, $J_p(r)$ koje stvaraju i pripadne komponente magnetskog polja, $B_t(r)$ i $B_p(r)$. Ukupna toroidalna struja iz-nosi $I_t \equiv 2\pi \int r J_t(r) dr$, pa je poloidalno polje $B_p(r) = I_t \mu / (2\pi r)$ za $r > a$. Razmak između nožišta je S_f i ne mijenja vremenom.

Magnetska cijev je uronjena u koroni gustoće $n_c(z)$, tlaka $p_c(z)$ s pozadin-skim magnetskim poljem $B_c(z)$, dok usrednjena gustoća i tlak unutar cijevi su $\bar{n}$ i $\bar{p}$, gdje z označava os usmjerenu okomito na površinu fotosfere. Vi-sina apeksa torusoida ili centroida označena je s $Z(t)$. Uzima se da je veliki

polumjer R konstantan, a mali se mijenja ovisno o položaju u torusoidu. Pri dnu korone podnožja imaju najmanji polumjer $a = a_f$, dok u apeksu je maksimalan $a = a_a$. $Z(t)$, $R(t)$ i $a(t)$ sadržavaju funkcionalnu ovisnost o vremenu, dok S_f i a_f ostaju konstantni. Ukupna toroidalna struja $I_t(t)$ je konstantna duž vlakna što zahtjeva jednadžba kontinuiteta $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$. Implicitno se pretpostavlja da se magnetska energija čitavog sistema stvara “dinamo-procesom” u nižoj konvektivnoj zoni.



Slika 2.14: Shematski Chenov model KIM [8]. Prikazane su toroidalne (lokalno osne) i poloidalne (lokalno azimutalne) komponente struje $\mathbf{J}$ i magnetskog polja $\mathbf{B}$. Z je visina apeksa vlakna od površine fotosfere. Duljina nožišta S_f je konstantna.

Induktivnost, L , nekog sustava indirektno opisuje njegovu geometriju, pa širenjem vlakna induktivnost raste, struja se mijenja (odnosno, opada, jer se pretpostavlja da tok približno ostaje konstantan tijekom erupcije: $\Psi = LI$), pa time zajednički djeluju na promjenu pridruženog magnetskog polja.

Stoga geometrijski oblik magnetske cijevi igra odlučujuću ulogu u procesu ubrzavanja izbačaja.

Poloidalna magnetska energija dobiva se iz B_p i iznosi:

$$U_p = \frac{1}{2\mu} \int B_p^2 d^3\mathbf{r} \equiv \frac{1}{2} L I_t^2; \quad (2.22)$$

istovremeno služi i za definiciju *samoinduktivnosti* L .

Tok kroz površinu koju omeđuje longitudinalna os magnetske cijevi i linija koja spaja dva nožišta na površini fotosfere je tada:

$$\Psi_p \equiv \oint B_p d\sigma_p = L I_t, \quad (2.23)$$

gdje je $d\sigma_p$ element površine u ravnini torusioda.

Toroidalni tok je dan:

$$\Psi_t = \pi \bar{B}_t a^2 \quad (2.24)$$

pri čemu je $\bar{B}_t$ toroidalno polje usrednjeno po malom presjeku ($r \leq a$). U nerezistivnim MHD procesima tokovi su sačuvani, osim što se ovdje uzima da se Ψ_p toku “ubrizgava” mali iznos iz donjih slojeva atmosfere. Prominencijske i KIM erupcije nastale fotosferskim gibanjima mogu se razvrstati na način da [15]:

- fotosferska kretanja uzrokuju prespajanja (rekonekciju) u magnetskoj strukturi vlakna koje kasnije eruptira;
- okolna fotosferska polja stvaraju silu koja razvlači magnetsko vlakno;
- torzoidno usukavanje magnetskog vlakna stvara izvitoperenu (engl. kink) nestabilnost^g koja se erupcijom relaksira.

U ovome modelu se koriste približenja za induktivnost kada je vlakno vrlo tanko, odnosno kada je $a \ll R$:

^gazimutalno magnetsko polje s jedne strane vlakna je zgusnuto, a s nasuprotne razrijeđeno, stoga se i magnetski tlak mijenja tako da poveća nestabilno iskrivljenje vlakna.

$$L = \frac{4\pi\Theta R}{c^2} \mathcal{L}(R, a_a, a_f), \quad (2.25)$$

gdje je:

$$\mathcal{L}(R, a_a, a_f) \equiv \frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{8R}{a_f} \right) + \ln \left(\frac{8R}{a_a} \right) \right] - 2 + \frac{\xi_i}{2}, \quad (2.26)$$

a $2\pi\Theta R$ predstavlja duljinu luka od jednog nožišta do drugog. Parametar Θ je definiran na način:

$$\Theta = \begin{cases} 1 - \theta/\pi, & \text{za } Z \geq S_f/2 \\ \theta/\pi, & \text{za } Z < S_f/2 \end{cases} \quad (2.27)$$

uz kut θ kao što je na slici 2.14. ξ_i predstavlja unutarnju induktivnost što daje magnetsku energiju poloidalnog polja unutar magnetske cijevi pomoću izraza:

$$\begin{aligned} U_{pi} &\equiv \frac{1}{2} L_i I_t^2, \\ L_i &\equiv (2\pi\Theta R/c^2) \xi_i. \end{aligned} \quad (2.28)$$

U ovom slučaju se uzima da je $\xi_i/2 \approx \frac{1}{2}$.

Energija zbog vanjske induktivnosti ($L_e \equiv L - L_i$) je:

$$U_{pe} = \frac{1}{2} L_e I_t^2, \quad (2.29)$$

a ukupna je $U_p = U_{pe} + U_{pi}$. Kako je $L_e > L_i$ slijedi da je:

$$U_{pe} > U_{pi}, \quad (2.30)$$

što znači da energija za erupciju dolazi iz poloidalnog polja koje obavlja magnetsku cijev što je na slici 2.14 prikazano valovitom krivuljom i označeno s B_p .

Ovisno o kojoj evolutivnoj fazi se radi, odnosno kako se ponašaju vrijednosti a_f i a_a , koja je od njih veća tako će utjecati na pridružene induktivnosti, a time i energiju potrebnu za odvijanje mehanizma. Magnetsko vlakno će

eruptirati kada je član $\ln(8R/a_f)$ dominantan nad $\ln(8R/a_a)$ u jednadžbama (2.25) i (2.26), što dovodi do bitnog zaključka da u ovom modelu najveći utjecaj imaju promjeri nožišta magnetskog vlakna u blizini fotosferske površine.

2.3 Dinamika erupcije

Eruptivni razvoj koroninog izbačaja započinje sporim uzdizanjem magnetskih arkada i hladnog prominencijskog materijala u kojima se javlja pojačana unutrašnja aktivnost. Dosegom određene visine (otprilike jednako poluširini između nožišta arkada [31]) sistem izlazi iz ravnoteže i započinje naglo ubrzavanje Lorentzovim silama proizašlim iz električnih struja prederuptive faze.

Energija sustava kojime struje teku je općenito:

$$W = \frac{1}{2}LI^2, \quad (2.31)$$

gdje je L induktivnost i samo ovisi o njenoj geometriji ($L \propto R$, R je polumjer strukture), odnosno tijekom erupcije L raste.

Istovremeno je L povezan i sa magnetskim tokom Ψ :

$$\Psi = LI, \quad (2.32)$$

koji se u eruptivnom razvoju uzima da je približno konstantan. Ako je tok vremenska konstanta, tada se struja smanjuje prema $I \propto L^{-1}$. U energiju sistema su bile uključene samo Lorentzova i gravitacijska sila i energija tada slabi:

$$W = \frac{1}{2}LI^2 \propto L^{-1} \propto R^{-1}, \quad (2.33)$$

a to znači da evolucijom energija W i tok Ψ opadaju, ako se ne pridodaje dodatni tok iz niže fotosfere.

Izbačaji putuju kroz plazmu korone i međuplanetarnog prostora koja stvara “aerodinamički” otpor što zajedno sa strujanjem Sunčevog vjetra dovodi do ukupnog učinka da se izbačaji brži od Sunčeva vjetra usporavaju, a sporiji ubrzavaju.

Dinamika se jedino može proučavati iz kinematike, npr. bilježenjem promjene ubrzanja izbačaja s vremenom ili heliocentričnom udaljenosti. Ubrzanje daje dinamičku informaciju o ukupnim silama po jediničnom volumenu ($f = \rho a$, ρ je gustoća mase) u procesu erupcije. Ukupno ubrzanje se može napisati [32] kao zbroj Lorentzovog (a_L), gravitacijskog (g) i člana “aerodinamičkog” otpora (a_o):

$$a = a_L - g + a_o. \quad (2.34)$$

Kako je Lorentzova sila glavni pokretač, magnetska gustoća energije je uvijek veća od kinetičke: $B^2/(2\mu) > \rho v^2/2$. Dio energije djelomično je pretvoren u potencijalnu, a djelomično u emisiju MHD valova. Znači da brzina izbačaja nikako ne može biti veća od Alfvénove brzine, $v < v_A = B/\sqrt{\mu\rho}$. Posljedica toga je da KIM iz aktivnih područja u prosjeku se kreće brže nego izvan, stoga što su tamo magnetska polja jača, a time i granične Alfvénove brzine veće.

Bitnu ulogu u ubrzanju igra i prostorna veličina (d) izbačaja [32], otprilike $a \propto v_A^2/d$. Manji KIM (mali d) ima veće ubrzanje koje opada s udaljenošću jer polje B slabi, a izbačaj se širi, tj. raste mu d .

Procjena vremena tijekom kojeg traje ubrzavanje iznosi otprilike $\tau \propto d/v_A$, odnosno kazuje da mali izbačaji kraće se ubrzavaju, tj. da su impulzivniji.

Slično, moguće je definirati i udaljenost koju prevale tijekom ubrzavajućeg procesa: $\lambda \propto v_A^2/2a \propto d$, što opet navodi da manji KIM postiže maksimalnu brzinu na malim visinama.

Postoje i određena odstupanja od navedenih pravila, jer na dinamiku znatno utječu početni uvjeti u nastanku i poticajni procesi. Pojavljuje se i određena veza između izbačaja i sunčevih bljeskova kada je faza ubrzavanja povezana s impulzivnom fazom pridruženog bljeska. Dolazi od prespajanja (rekonekcije) u strujnoj plohi^h (engl. current sheet) koje može značajno

^hopćenito ploha nakon koje magnetska polja mijenjaju predznak, usmjerenje i sl., ali gustoće struje u plohi su vrlo velike i u njima se odvijaju plazmene nestabilnosti.

utjecati na dinamiku izbačaja, odnosno, ubrzanje KIM je usko povezano s trajanjem brzog prespajanja u ovojnici izbačaja. Prespajanje ima dvostruko djelovanje: smanjuje ukupnu magnetsku napetost gornjih magnetskih arkada i povećava magnetski tlak ispod magnetskog vlakna tjerajući ga na širenje; istovremeno gore usmjeren plazemni mlaz, nastao zbog nagle rekonekcije, pridodaje azimutalne magnetske silnice magnetskom vlaknu. Snabdijevanje dodatnim poloidalnim tokom također pogoduje žustrijoj dinamici izbačaja.

U kasnijoj fazi, povećavanjem brzine izbačaja raste “aerodinamički” otpor koji se izjednačava s Loretzovom silom te ubrzanje prestaje. Loretzova sila, “aerodinamički” otpor i gravitacija približno podjednako opadaju s heliocentričnom udaljenošću, stoga većina koroninih izbačaja pokazuje konstantnost u brzini za velike heliocentrične udaljenosti u visokoj koroni.

Poglavlje 3

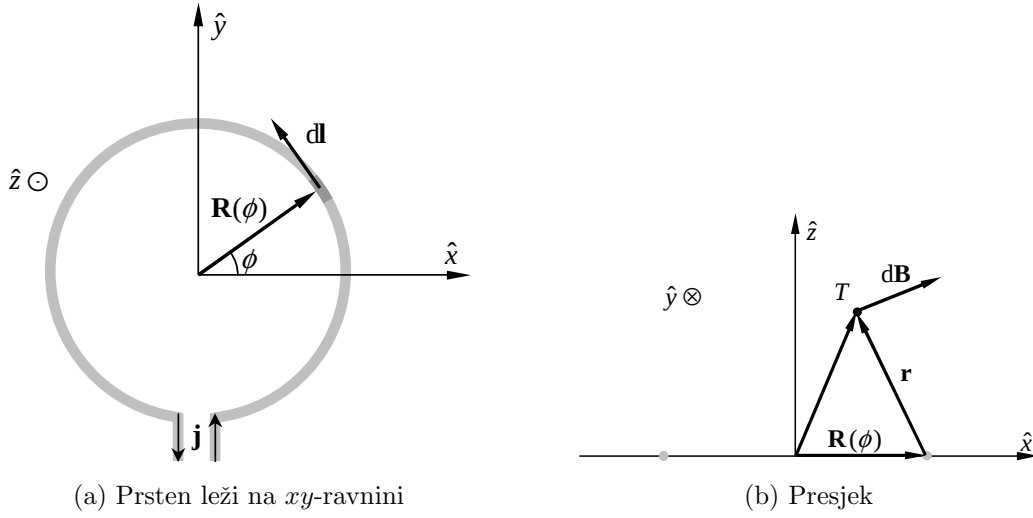
Induktivnost u torusnom približenju

U ovom poglavlju postavlja se torusni model u kojem se proučava ovisnost poloidalnog toka unutar i na vanjskom rubu torusa o toroidalnoj struji, pri proizvoljnom polumjeru torusa. Naime svi predhodni modeli ([2], [22], [31]) ograničeni su na $a/R \ll 1$ (kada je mali polumjer torusa, a , puno manji od velikog, R), dok u KIM takav uvjet općenito nije ispunjen. Osnovni korak je izračun induktivnosti za proizvoljni torus. Postepeno će se izgraditi model od najjednostavnijeg slučaja, proučavati stvoreno magnetsko polje za različite oblike i konfiguracije torusa čija kompliciranost nalaže jedino moguće numeričko rješavanje.

3.1 Magnetsko polje strujne petlje

Problem određivanja *magnetske indukcije* ili *gustoće magnetskog toka* (jednostavnosti radi upotrebljavat će se izraz *magnetskog polja*) strujne petlje analitički egzaktno se može izvrijedniti samo za specijalne simetrične slučajeve, npr. kao što je polje na z -osi kada petlja leži u xy -ravnini.

Neka struja I prolazi prstenom radijusa R i neka je debljina prstena, ΔR , zanemariva s navedenim polumjerom, kao što je prikazano i na slici 3.1.



Slika 3.1: Shematski prikaz prstena kojim teče struja.

Prema *Biot-Savartovom* zakonu magnetsko polje $\mathbf{B}$ na udaljenosti $\mathbf{r}$ od elementa strujnog vodiča $d\mathbf{l}$ i uzrokovano tim elementom iznosi

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}. \quad (3.1)$$

Postavljanjem ishodišta Kartezijevog koordinatnog sustava u središte kružne petlje na način da petlja leži u xy -ravnini problem postaje simetričan s obzirom na središte petlje. Za računanje toka dovoljno je polje izračunati u xz -ravnini, u proizvoljnoj točki $T(x_0, 0, z_0)$ kao što je prikazano i na slici 3.1

Vektor povučen od lučnog elementa $d\mathbf{l}(\phi)$ do točke T označen je s $\mathbf{r}$, dok ishodišni radijus vektori položaja točke T i lučnog elementa su $\mathbf{R}_0$ i $\mathbf{R}(\phi)$:

$$\mathbf{r} = \mathbf{R}_0 - \mathbf{R}(\phi) = (x_0 - R \cos \phi)\hat{x} + (y_0 - R \sin \phi)\hat{y} + z_0\hat{z} \quad (3.2)$$

ili u matricnom obliku:

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} x_0 - R \cos \phi \\ y_0 - R \sin \phi \\ z_0 \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Element strujne petlje je:

$$d\mathbf{l} = \begin{pmatrix} -R \sin \phi \\ R \cos \phi \\ 0 \end{pmatrix} d\phi. \quad (3.4)$$

Uvrštavanjem izraza (3.3) i (3.4) u (3.1) dobiva se:

$$d\mathbf{B}(x_0, 0, z_0) = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{1}{\left(\sqrt{z_0^2 + x_0^2 + R^2 - 2x_0 R \cos \phi}\right)^3} \cdot \begin{pmatrix} z_0 R \cos \phi \\ z_0 R \sin \phi \\ R^2 - x_0 R \cos \phi \end{pmatrix} d\phi. \quad (3.5)$$

Magnetsko polje u točki $T(x_0, 0, z_0)$ dobiva se integracijom izraza (3.5) po ϕ od 0 do 2π . Komponente polja tada iznose:

$$B_x(x_0, 0, z_0) = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{z_0 R}{\left(\sqrt{z_0^2 + x_0^2 + R^2}\right)^3} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \phi}{(1 - k \cos \phi)^{3/2}} d\phi, \quad (3.6)$$

$$B_y(x_0, 0, z_0) = 0, \quad (3.7)$$

$$B_z(x_0, 0, z_0) = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{R^2}{\left(\sqrt{z_0^2 + x_0^2 + R^2}\right)^3} \left[\int_0^{2\pi} \frac{1}{(1 - k \cos \phi)^{3/2}} d\phi - \frac{x_0}{R} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \phi}{(1 - k \cos \phi)^{3/2}} d\phi \right] \quad (3.8)$$

gdje je $k = 2x_0 R / (z_0^2 + x_0^2 + R^2)$.

Nažalost, gornji integrali se ne mogu izraziti pomoću elementarnih funkcija, jedino što se može učiniti jest izvjesnim pretvorbama svesti ih *potpune eliptičke integrale prve i druge vrste* i računati ih numeričkim metodama. *Potpuni eliptički integral prve vrste* je:

$$K(x) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1-x\sin^2\theta}} d\theta = \int_0^{\sin(\pi/2)} \frac{1}{\sqrt{(1-t^2)(1-xt^2)}} dt, \quad (3.9)$$

dok *potpuni eliptički integral druge vrste* je oblika:

$$E(x) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-x\sin^2\theta} d\theta = \int_0^{\sin(\pi/2)} \frac{\sqrt{1-xt^2}}{\sqrt{1-t^2}} dt \quad (3.10)$$

Komponente polja B_x i B_z sada poprimaju izgled:

$$B_x(x_0, 0, z_0) = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{4z_0 R}{\left(\sqrt{z_0^2 + x_0^2 + R^2}\right)^3} \cdot \frac{E\left(\frac{2k}{k-1}\right) - (k+1)K\left(\frac{2k}{k-1}\right)}{k(k+1)\sqrt{1-k}}, \quad (3.11)$$

$$B_z(x_0, 0, z_0) = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{4R^2}{\left(\sqrt{z_0^2 + x_0^2 + R^2}\right)^3} \cdot \frac{(kR - x_0)E\left(\frac{2k}{k-1}\right) + (k+1)K\left(\frac{2k}{k-1}\right)}{R(k+1)\sqrt{1-k}}. \quad (3.12)$$

Iz simetričnosti problema očigledno je da u xz -ravnini $B_y = 0$ i da u proizvoljnoj točki polje $B(x_0, y_0, z_0)$ po iznosu je jednako kao i za $T\left(\frac{x_0}{|x_0|}\sqrt{x_0^2 + y_0^2}, 0, z_0\right)$. Prema tome izrazi (3.11) i (3.12) mogu se raspisati na način:

$$B_x(x_0, y_0, z_0) = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{z_0 R}{\left(\sqrt{z_0^2 + x_0^2 + y_0^2 + R^2}\right)^3} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \phi}{(1 - k' \cos \phi)^{3/2}} d\phi, \quad (3.13)$$

$$B_z(x_0, y_0, z_0) = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{R^2}{\left(\sqrt{z_0^2 + x_0^2 + y_0^2 + R^2}\right)^3} \cdot \left[\int_0^{2\pi} \frac{1}{(1 - k' \cos \phi)^{3/2}} d\phi - \frac{x_0}{|x_0|} \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{R} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \phi}{(1 - k' \cos \phi)^{3/2}} d\phi \right] \quad (3.14)$$

gdje je sada:

$$k' = \frac{x_0}{|x_0|} \frac{2R\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{z_0^2 + x_0^2 + y_0^2 + R^2}. \quad (3.15)$$

Poseban slučaj je polje na osi petlje (za $x_0 = y_0 = 0$) koje iznosi:

$$B_x(0, 0, z_0) = 0, \quad (3.16)$$

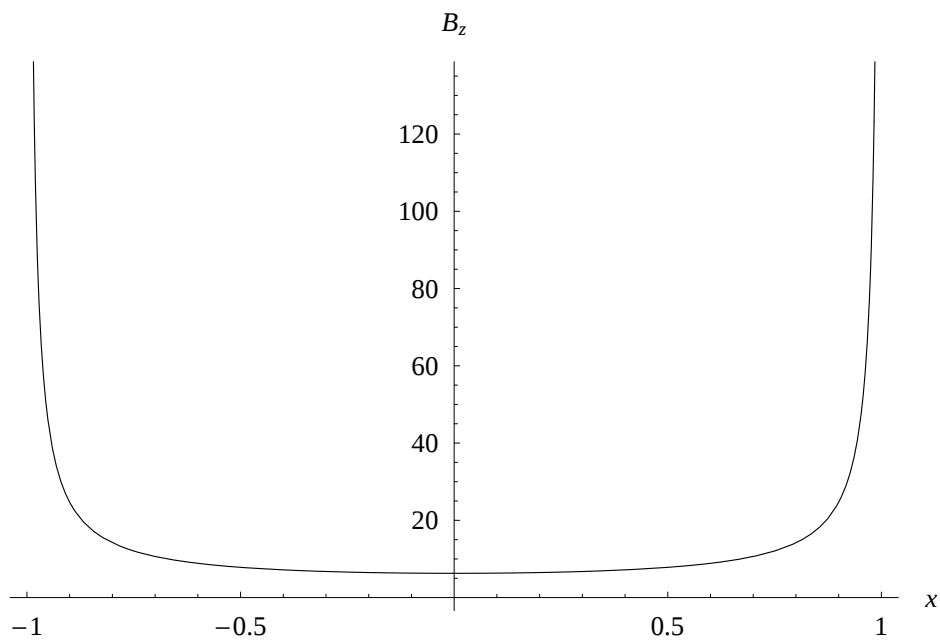
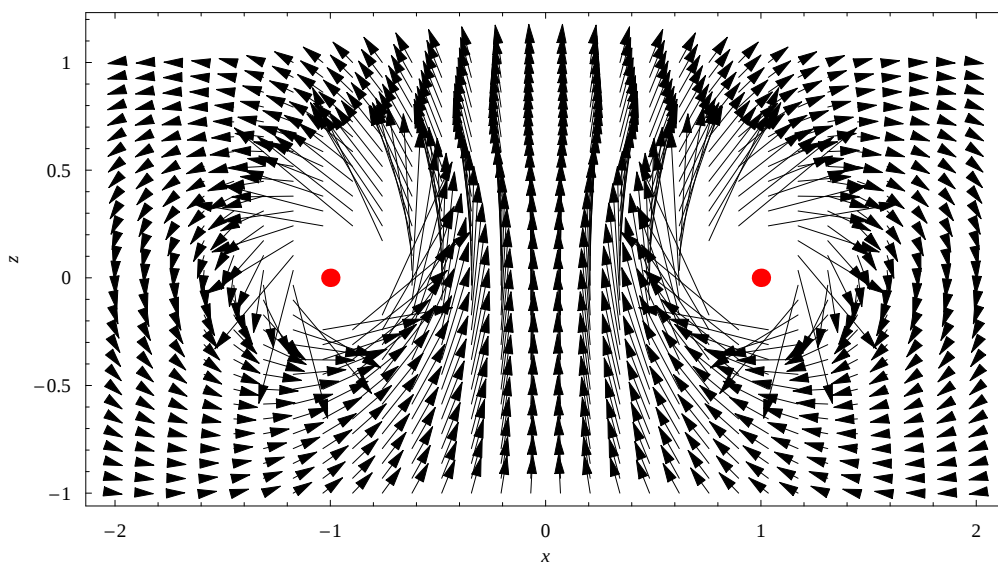
$$B_y(0, 0, z_0) = 0, \quad (3.17)$$

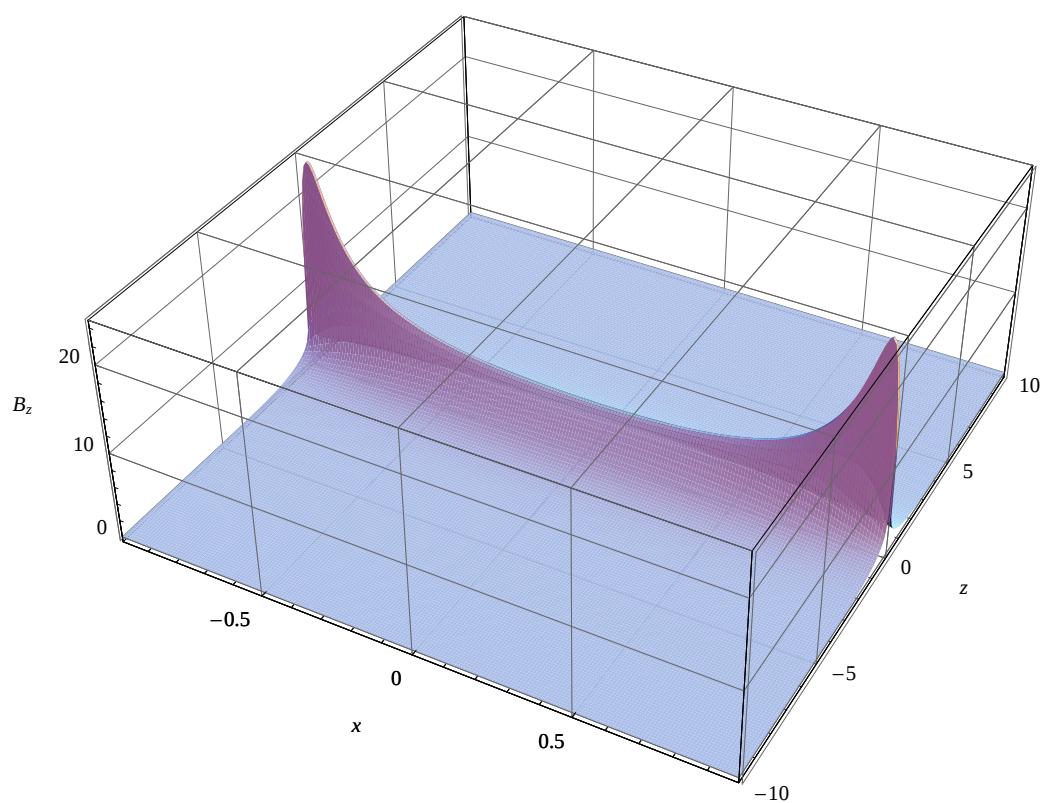
$$B_z(0, 0, z_0) = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{2\pi R^2}{(z_0^2 + R^2)^{3/2}}. \quad (3.18)$$

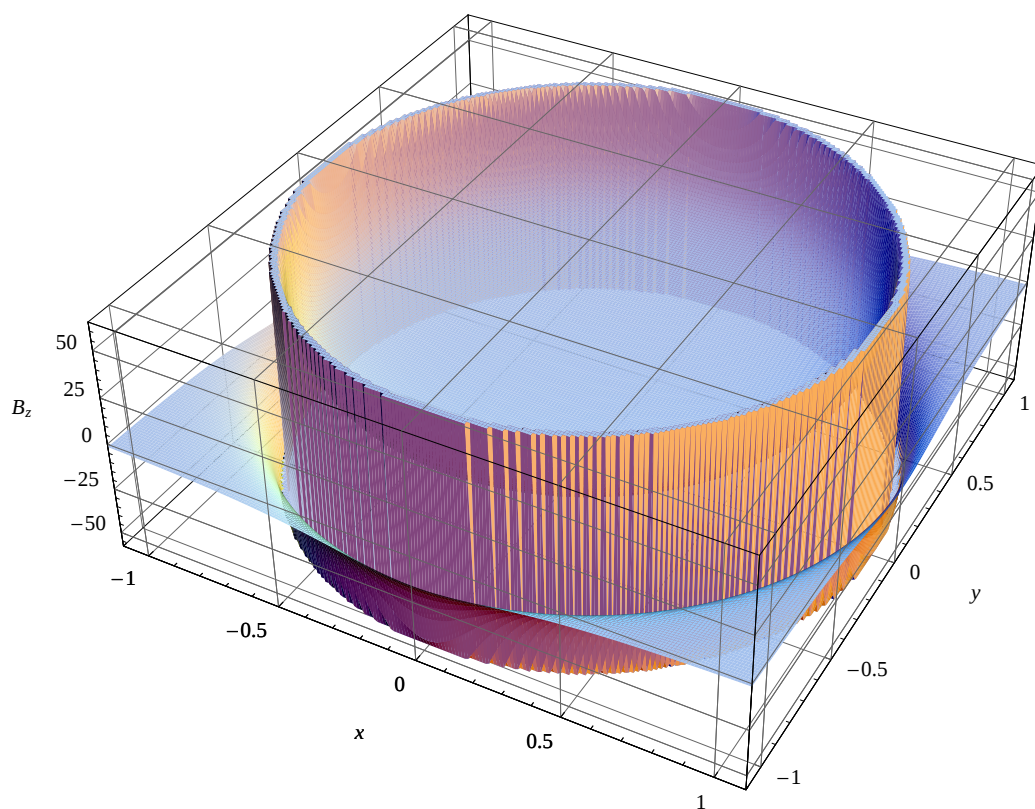
3.1.1 Numerički proračun B_z komponente polja za jedinični slučaj ($\frac{\mu I}{4\pi} = 1$)

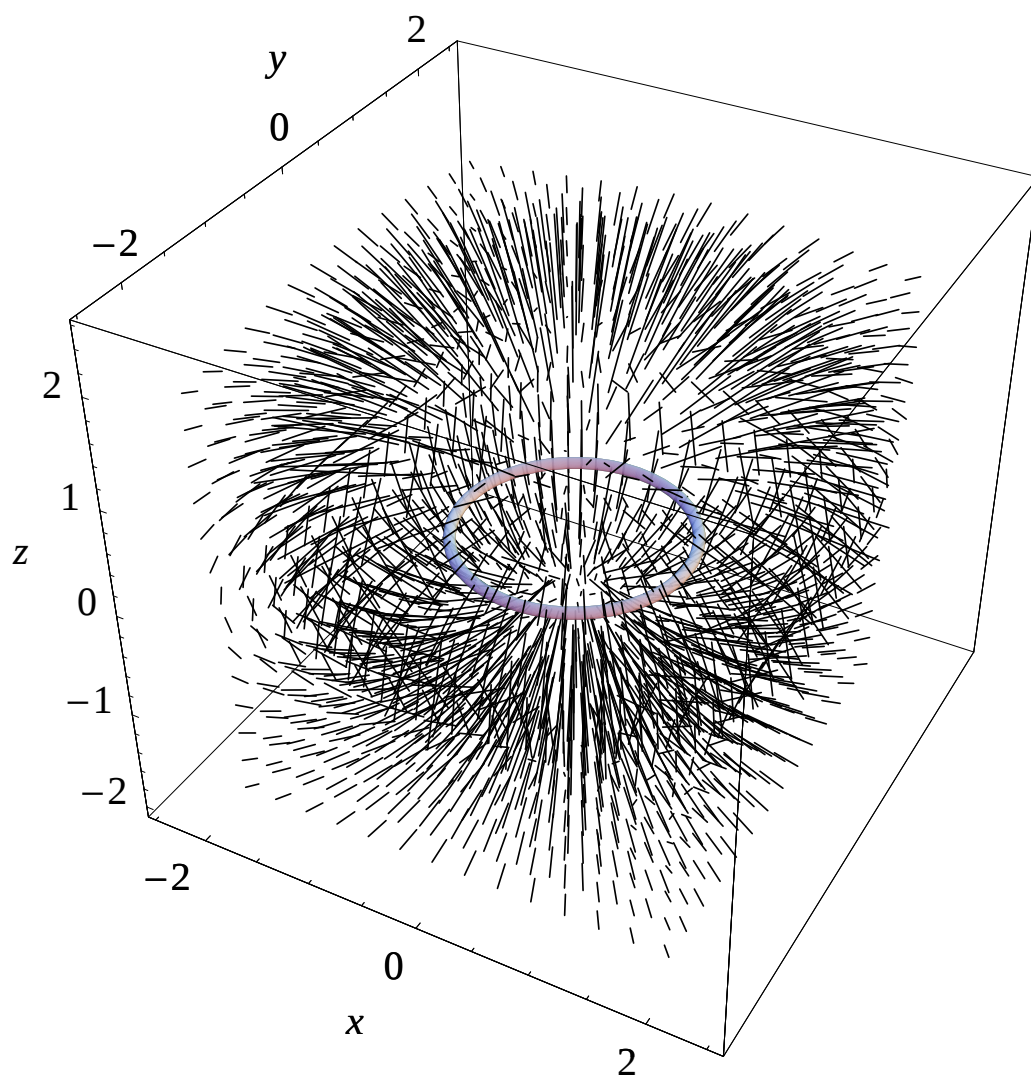
(Programi: B2D.nb i B3D.nb, v. Dodatak B)

Uz gore navedeni i opisani primjer napisan je program B2D.nb (v. Dodatak B, str. 122) koji numerički računa ponašanje B_z komponente magnetskog polja unutar strujne petlje za razne ovisnosti: o koordinati x , u xy - i xz -ravninama, i ukupno vektorsko polje $\mathbf{B}$ u trodimenzionalnom prostoru (program B3D.nb, Dodatak B) što je prikazano na slikama 3.2, 3.3, 3.4, 3.5 i 3.6.

Slika 3.2: Ovisnost B_z o x .Slika 3.3: Shematski vektorski prikaz polja u xz -ravnini.

Slika 3.4: Ovisnost B_z o x i z .

Slika 3.5: Ovisnost B_z o x i y .

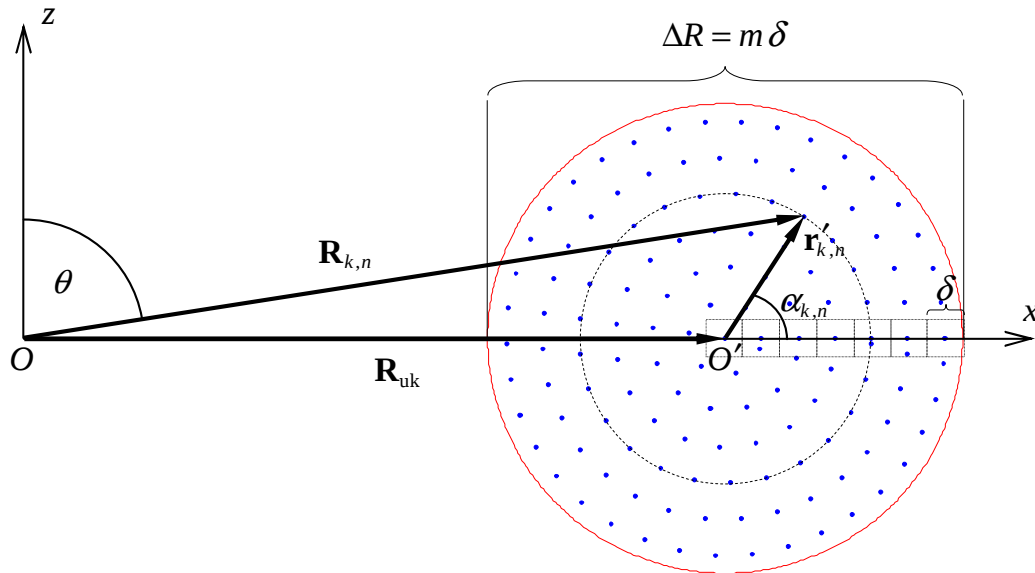


Slika 3.6: Vektorski 3D prikaz magnetskog polja strujne petlje.

3.2 Torus od strujnih petlji

3.2.1 Poprečni presjek

Debljina torusa (ΔR) se podijelila na m jednakih ćelija u čijem središtima se nalazi po jedna strujna petlja (presjek strujne petlje nazivat će se *čvor*), Slika 3.7. Ćelije su dimenzije $\delta = \Delta R/m$ što je ujedno i razmak među čvorovima. Pozicija čvorova pri kutu $\alpha_{k,1} = 0$ može se zamisliti da označava početak iscrtavanja koncentričnih kružnica koje ispunjavaju presjek torusa. Na svaku takvu kružnicu jednoliko se postavljaju čvorovi.



Slika 3.7: Presjek torusa u xz -ravnini (za $\phi = 0$).

Kako bi presjek torusa bio jednolično ispunjen čvorovima, odnosno da se postigne jednolikost plošne gustoće čvorova, zahtijeva se da radijalna i “lučna” linijska gustoća čvorova budu jednakog iznosa. “Lučna” gustoća predstavlja linijsku gustoću čvorova na opsegu pojedine kružnice. Obje linijske gustoće su tada:

$$\lambda = \frac{m}{\Delta R} \quad (3.19)$$

Radijalno brojanje čvorova započinje od vanjskog ruba torusa prema središtu presjeka torusa O' . Prvi čvor je odmaknut od vanjskog ruba za $\delta/2$, pa je polumjer prve kružnice:

$$r'_1 = \frac{\Delta R}{2} - \frac{\delta}{2} \quad (3.20)$$

koji je polazište za izračunavanje bilo kojeg polumjera k -te kružnice (ukupno ih ima $K = \lceil m/2 \rceil$):

$$r'_k = r'_1 + (k-1)\delta, \quad k = 1, \dots, K \quad (3.21)$$

Ukupan broj čvorova p_k na k -toj kružnici predstavljen je umnoškom linijske gustoće i opsega iste kružnice. Necjelobrojnost umnoška nalaže da ih bude:

$$p_k = \lfloor \lambda 2\pi r'_k \rfloor. \quad (3.22)$$

Kutni razmak (gledan iz središta presjeka O') između dva uzastopna čvora na istoj k -toj kružnici je:

$$\Delta\alpha_k = \frac{1}{\lambda} \frac{2\pi}{2\pi r'_k} = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{r'_k}, \quad (3.23)$$

ili da se u računu izbjegne divergencija i uključi čvor u slučaju neparnog m , tj. kada se čvor nalazi točno u središtu O' (jer tada $r'_k = 0$, pa $\Delta\alpha_k \rightarrow \infty$):

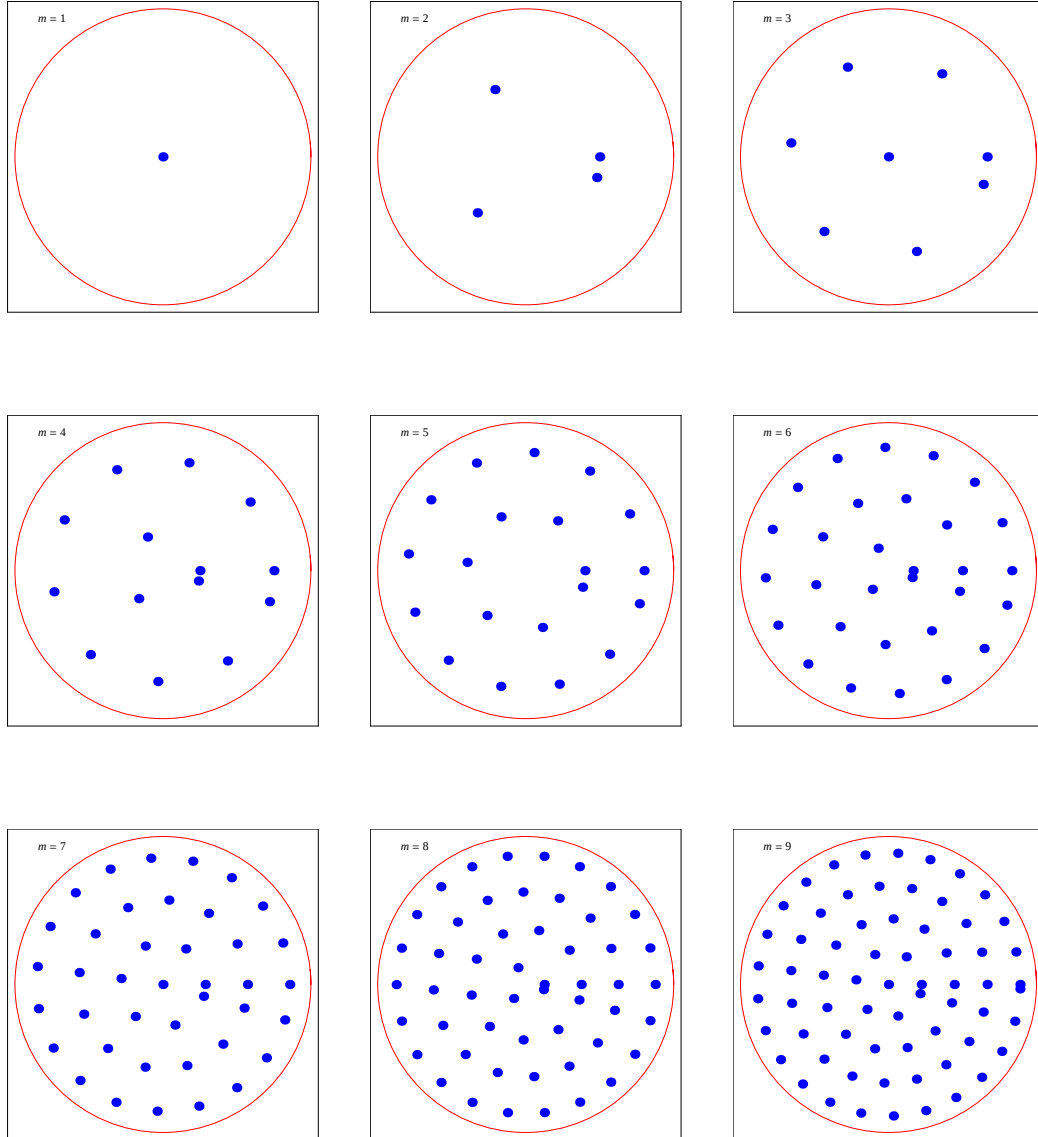
$$\Delta\alpha_k = \begin{cases} 0, & r'_k = 0 \\ \frac{1}{\lambda r'_k}, & r'_k \neq 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

Time je n -ti čvor na k -toj kružnici odmaknut od x' -osi, u sustavu presjeka torusa O' , za kut $\alpha_{k,n} = n\Delta\alpha_k$, $n = 0, \dots, p_k$.

Ukupan broj svih čvorova u presjeku (ujedno i strujnih petlji u cijelom torusu) tada će biti:

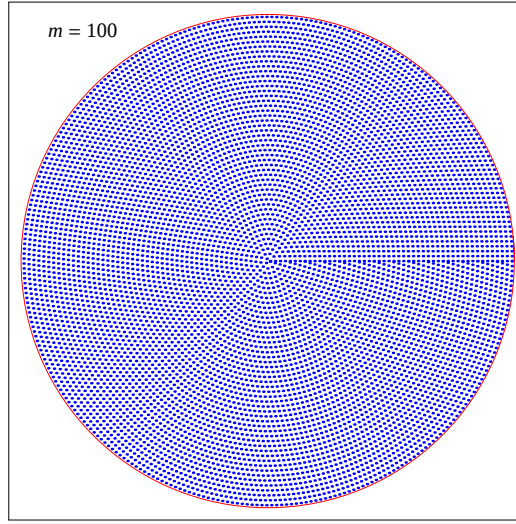
$$N_{\text{uk}} = \sum_{k=1}^K \sum_{n=0}^{p_k} 1. \quad (3.25)$$

Na slici 3.8 zgodno je zapaziti da najbliži čvorovi su uvijek udaljeni od ruba za $\delta/2$, te da u središtu za neparan m postoji čvor, dok za neparan ne, što je posljedica relacije (3.24).



Slika 3.8: Primjeri presjeka torusa za $m = 1, \dots, 9$.

Presjek torusa za veliki m (Slika 3.9) pokazuje jednolikost plošne gustoće čvorova i također da udaljenost najbližih čvorova od ruba se smanjuje, ali nikada ne može postati nula. Primjetno je narušenje jednolikosti gustoće uz

Slika 3.9: Presjek torusa za veliki m .

“desnu” stranu x -osi, kada u poneku ćeliju ulaze i po dva čvora. Kasnije će se vidjeti da će za male vrijednosti m postojati određene fluktuacije B_z komponente polja koje se izgladuju kako m raste.

3.2.2 Cjelokupni opis

Torus je moguće opisati pomoću dva međusobno povezana koordinatna sustava: sustavom S s ishodištem O u središtu torusa koji leži u xy -ravnini i drugim “rotirajućim” sustavom S' . Ishodište O' je postavljeno u središtu poprečnog presjeka torusa polumjera $\Delta R/2$ i opisuje kružnicu u xy -ravnini sustava S .

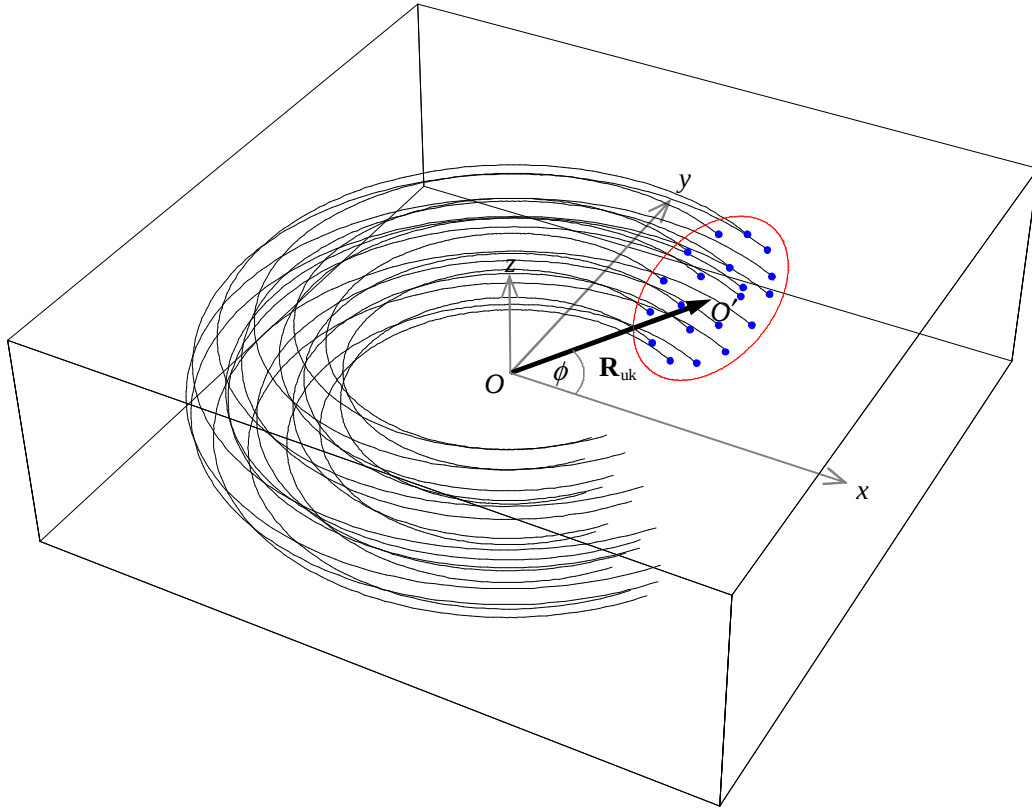
Točnije, definirano je vektorom:

$$\mathbf{R}_{\text{uk}}(\phi) = R_{\text{uk}} (\hat{x} \cos \phi + \hat{y} \sin \phi) \quad (3.26)$$

gdje je $\phi \in [0, 2\pi)$ azimutalni kut u S .

Vektor $\mathbf{r}'_{k,n}$ koji prikazuje položaj (k, n) -te petlje (ili čvora) u sustavu S' je:

$$\mathbf{r}'_{k,n} = r'_k [\hat{x}' \cos(n\Delta\alpha_k) + \hat{z}' \sin(n\Delta\alpha_k)]. \quad (3.27)$$



Slika 3.10: Način iscrtavanja torusa.

Radi preglednosti definirat će se i projekcija vektora $\mathbf{r}'_{k,n}$ na $x'y'$ -ravninu u S' sustavu:

$$r_{k,n}^{(x'y')} = r'_k \cos(n\Delta\alpha_k). \quad (3.28)$$

Kako je veza među koordinatnim sustavima:

$$\hat{x}' = \hat{x} \cos \phi + \hat{y} \sin \phi \quad (3.29)$$

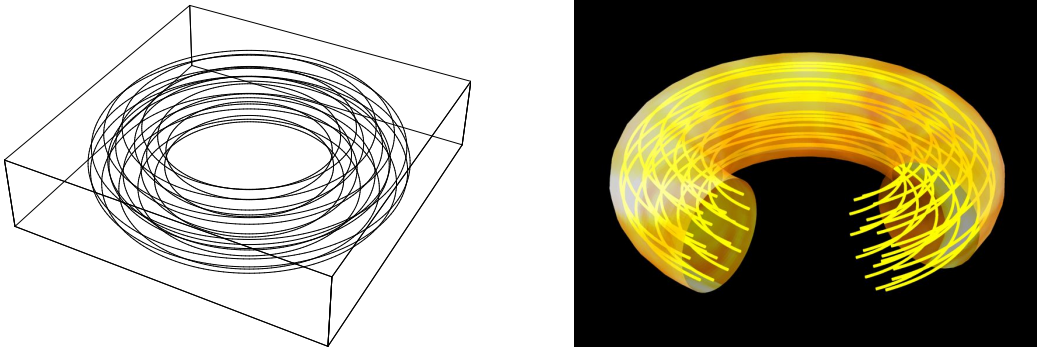
$$\hat{z} = \hat{z}' \quad (3.30)$$

slijedi da vektor $\mathbf{r}_{kn}$ koji opisuje petlju u sustavu S izražen pomoću (3.27) i (3.28) je jednak:

$$\mathbf{r}_{k,n}(\phi) = r_{k,n}^{(x'y')} [\hat{x} \cos \phi + \hat{y} \sin \phi] + \hat{z} r'_k \sin(n\Delta\alpha_k) \quad (3.31)$$

te ga je još potrebno translahirati za $\mathbf{R}_{\text{uk}}$ kako bi se dobio radijus vektor (k, n) -te petlje torusa povučen iz O :

$$\mathbf{R}_{k,n}(\phi) = \mathbf{R}_{\text{uk}}(\phi) + \mathbf{r}_{k,n}(\phi). \quad (3.32)$$



Slika 3.11: Shematski prikazi torusa za $m = 5$.

3.2.3 Definiranje struja u petljama i strujnih elemenata

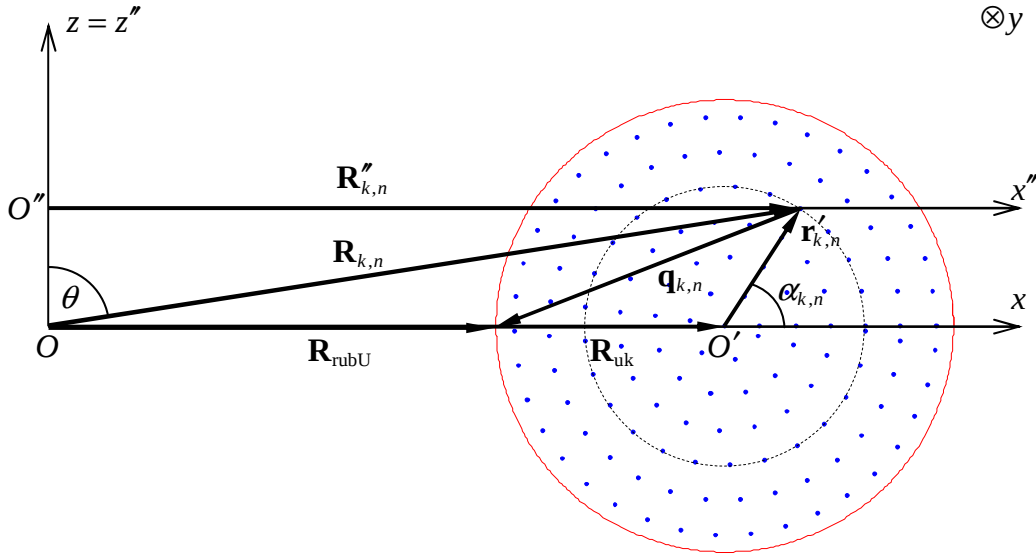
U najjednostavnijem slučaju zahtijeva se da cijelim torusom teče konstantna struja I_{uk} i da je u svakoj petlji jednaka. Dijeljenjem na N_{uk} petlji, struja se u svakoj petlji mora smanjiti, odnosno iznosi:

$$i_{kn} = \frac{I_{\text{uk}}}{N_{\text{uk}}} = \frac{I_{\text{uk}}}{\sum_{k=1}^K \sum_{n=0}^{p_k} 1}. \quad (3.33)$$

Općenito B_z komponenta se računa iz vektorskog umnoška (3.1) kojeg treba prilagoditi specifičnom strujnom elementu $d\mathbf{l}$. Najjednostavnije je uzeti, da se uvijek sačuva okomitost na azimutalno promjenljivi vektor radijusa pojedine petlje, $d\mathbf{l}$ kao vektorski umnožak:

$$d\mathbf{l}(\phi) = \hat{z} \times \mathbf{R}_{k,n}(\phi) \quad (3.34)$$

kojime se račun (opisan u poglavlju 3.1) za svaku torusnu petlju svodi na izračunavanje magnetskog polja beskonačno tanke petlje različitih radijusa i podignutih ili spuštenih za $\Delta z = R_{k,n} \cos \theta$.



Slika 3.12: Način određivanja strujnog elementa $d\mathbf{l}$.

Može se pokazati pravovaljanost takvog odabira izračunavanjem $d\mathbf{l}$ u dva različita sustava: S i S'' u kojem petlja leži na $x''y''$ -ravnini što je identično problemu poglavlja 3.1. U sustavu S je:

$$d\mathbf{l} = \hat{z} \times \mathbf{R}_{k,n} = -R_{k,n}^{(y)} \hat{x} + R_{k,n}^{(x)} \hat{y} = R_{k,n}^{(xy)} \sin \phi \hat{x} + R_{k,n}^{(xy)} \cos \phi \hat{y}, \quad (3.35)$$

gdje je:

$$R_{k,n}^{(xy)} = R_{k,n} \cos(\pi/2 - \theta) = R_{k,n} \sin \theta \quad (3.36)$$

projekcija vektora $\mathbf{R}_{k,n}$ na xy -ravninu. Vidi se da je:

$$R_{k,n}^{(xy)} = R_{k,n}''. \quad (3.37)$$

Nadalje iz (3.35) slijedi:

$$\begin{aligned} d\mathbf{l} &= -R''_{k,n} \sin \phi \hat{x} + R''_{k,n} \cos \phi \hat{y} = \\ &= -R''_{k,n}(y) \hat{x} + R''_{k,n}(x) \hat{y} = \hat{z} \times \mathbf{R}''_{k,n} = d\mathbf{l}'' \end{aligned} \quad (3.38)$$

što pokazuje da se magnetsko polje računa kao da je petlja pomaknuta po z -osi.

Međutim, magnetsko polje u nesimetričnim i proizvoljnim točkama nemoguće je analitički izračunati i potrebno je koristiti numeričke metode. Kao i u poglavlju 3.1, polje se računa na način: prvo se odredi vektor $\mathbf{q}_{k,n}(\phi)$ povučen od elementa strujne petlje $d\mathbf{l}$, na položaju $\mathbf{R}_{k,n}(\phi)$, do točke promatranja $\mathbf{R}_0$:

$$\mathbf{q}_{k,n}(\phi) = \mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_{k,n}(\phi), \quad (3.39)$$

odrede se:

$$d\mathbf{l}(\phi) = \hat{z} \times \mathbf{R}_{k,n}(\phi), \quad (3.40)$$

$$d\mathbf{B}_{k,n}(\phi) = i_{kn} \frac{d\mathbf{l}(\phi) \times \mathbf{q}_{k,n}(\phi)}{q_{k,n}^3(\phi)}. \quad (3.41)$$

Ukupni diferencijal magnetskog polja dobiva se zbrojem po svim petljama u torusu:

$$d\mathbf{B}(\phi) = \sum_{k=1}^K \sum_{n=0}^{p_k} d\mathbf{B}_{k,n}(\phi), \quad (3.42)$$

a ukupno polje torusa numeričkom integracijom po $\phi \in [0, 2\pi)$:

$$\mathbf{B}(\mathbf{R}_0) = \int_0^{2\pi} d\mathbf{B}(\phi). \quad (3.43)$$

3.3 Numerički račun

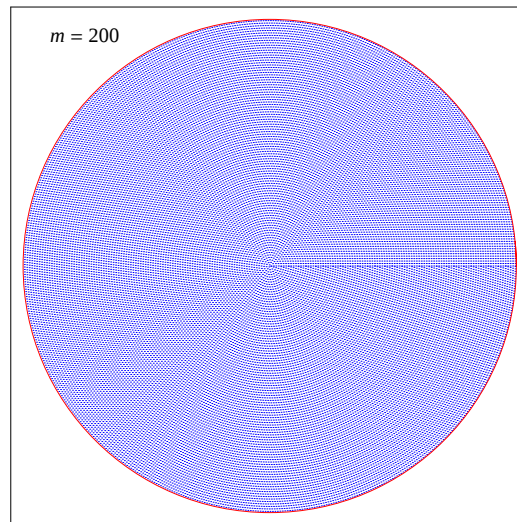
3.3.1 Određivanje $B_z(m)$ za središte i rubove torusa

(Program: `torus_v2-Bz(m).nb`, v. Dodatak B)

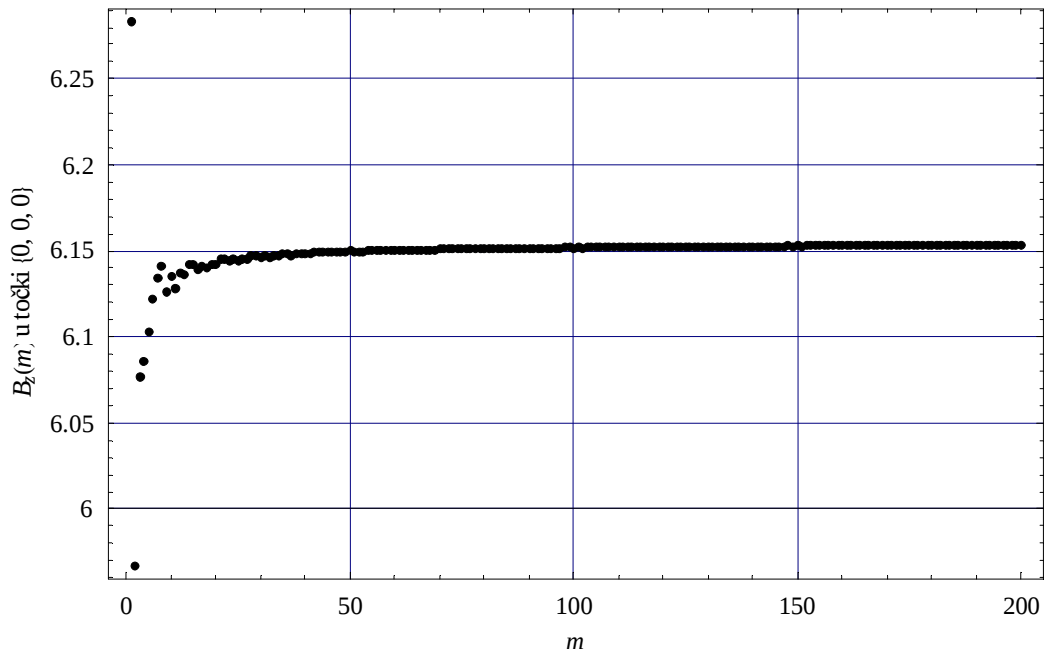
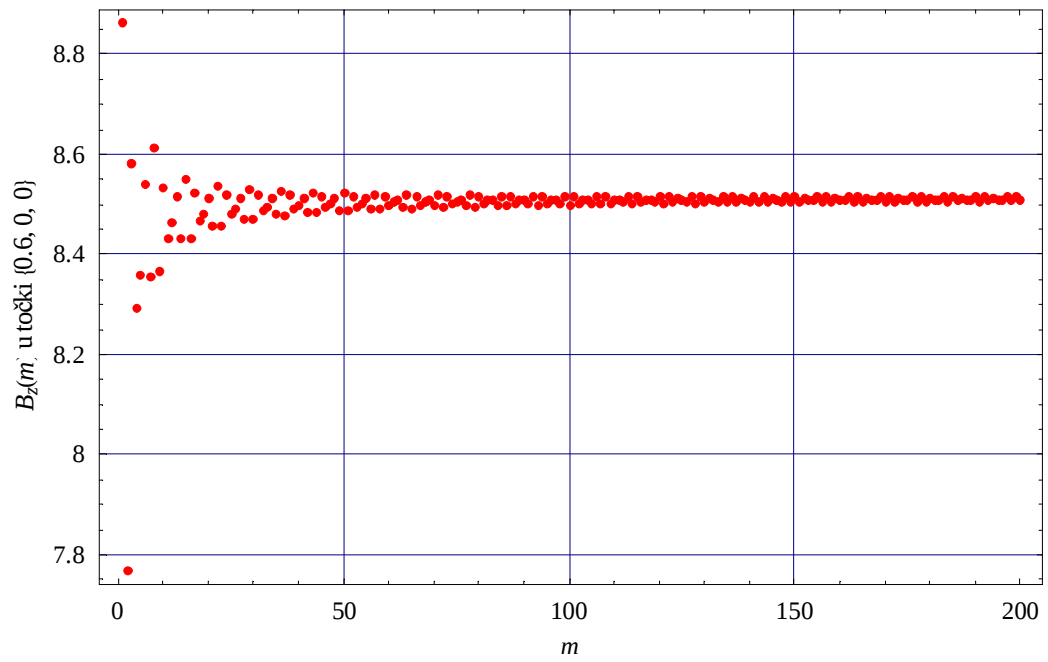
U ovom poglavlju izačunava se z -komponenta magnetskog polja u referentnim točkama: u središtu, unutarnjem i vanjskom rubu torusa.

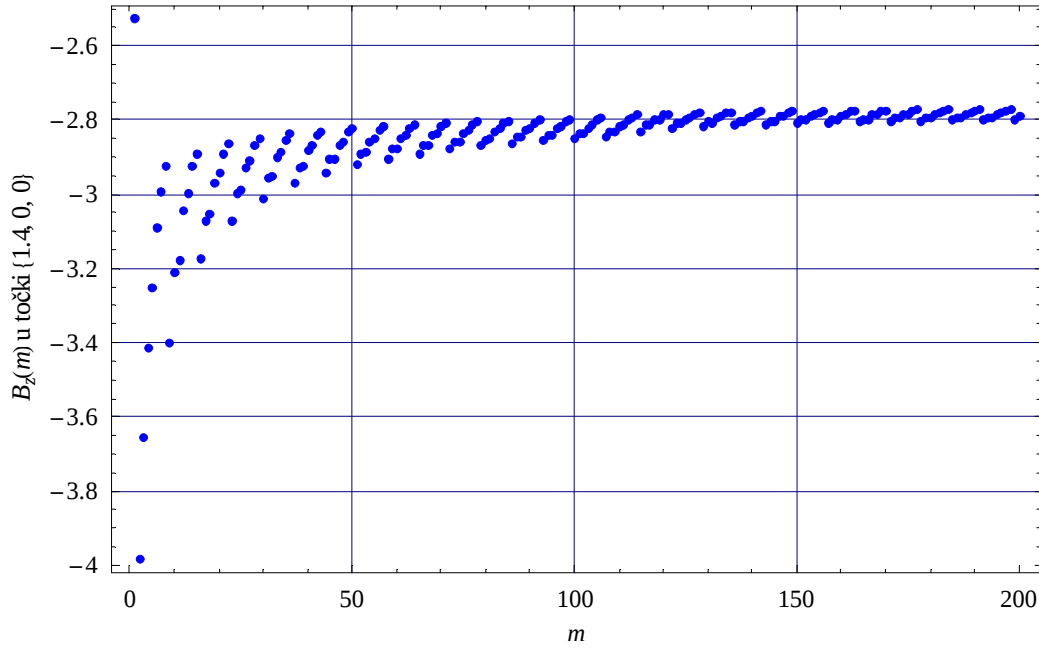
U općenitom slučaju najbolje je uzeti jedinične vrijednosti za ukupnu struju u torusu ($I_{\text{uk}} = 1$) i polumjer torusa ($R_{\text{uk}} = 1$), dok debljinu torusa shvaćamo kao parametar. Najprije je nužno promatrati kakav utjecaj na z komponentu magnetskog polja ima broj petlji, indirektno definiranim parametrom m . Npr. za $m = 1$ torus je zapravo predstavljen jednom strujom petljom i za očekivati je da će magnetsko polje u središtu torusa odgovarati vrijednosti dobivenoj analitičkim putem, (3.18), što je istovremeno i jedna od provjera cijelog modela.

Račun (Tablica A.1) se provodio u rasponu $m = 1, \dots, 200$ gdje za zadnju vrijednost torus postaje skoro homogen (Slika 3.13).



Slika 3.13: Izgled presjeka torusa za $m = 200$.

Slika 3.14: Ovisnost B_z o m u središtu torusa za $\Delta R = 0.8$.Slika 3.15: Ovisnost B_z o m na unutarnjem rubu torusa za $\Delta R = 0.8$.

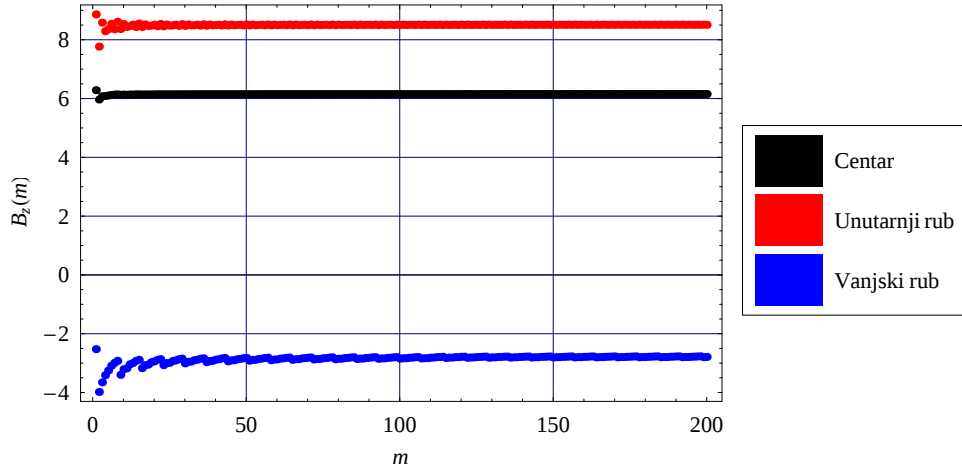


Slika 3.16: Ovisnost B_z o m na vanjskom rubu torusa za $\Delta R = 0.8$.

Na grafovima (3.14, 3.15, 3.16) prikazan je rezultat za $\Delta R = 0.8$. Uočljive se velike fluktuacije za male vrijednosti m , kao i da svaka ovisnost ima karakterističnu oblik. Zajedničko im je da povećanjem m sve teže ka nekoj konstantnoj vrijednosti. Fluktuacije potječu zbog relativnog razmještanja petlja u ukupnom torusu. Polju u središtu torusa, a pogotovo na rubovima, najviše pridonosi najbliža petlja točki promatranja.

Ponašanje rezultata je najbolje objasniti u slučaju magnetskog polja na unutarnjem rubu. Ako se pobliže promotri presjek torusa (kada umjesto petlji promatramo čvorove – Slika 3.8), npr. za $m = 2$, postoje samo dva najbliža čvora unutarnjem rubu, odnosno u ovom slučaju točki promatranja (na slici je to s lijeve strane). Porastom m samo za jedan, stvara se jedan čvor na puno manjoj udaljenosti, ali ujedno i s manjom strujom nego što je to bilo u prethodnom slučaju od dva najbliža čvora. Naravno, polje će porasti (ili opasti) ovisno što će “nadjačati”: blizina čvora do točke promatranja ili pad struje u petlji. Slično se događa i za ostale više vrijednosti od m , ali kako torus postaje homogeniji oscilacije u polju se smanjuju i za $m \rightarrow \infty$

izračunato polje postaje konstantno.



Slika 3.17: Ovisnost B_z o m u središtu, na unutarnjem i vanjskom rubu torusa ($R_{uk} = 1$, $\Delta R = 0.8$, $I_{uk} = 1$).

Potrebno je istaknuti da na vanjskom rubu torusa za male vrijednosti m pojavljuju se određeni “rezovi” nastali zbog same definicije modela. Naročito je uočljivo (Slika 3.16) na prijelazima $m = 8 - 9, 15 - 16, 22 - 23, 29 - 30, \dots$. Rezovi su posljedica “pojave suvišnog nakupljanja” čvorova na liniji od središta do vanjskog ruba torusa. Na osnovnoj definicijskoj slici 3.7 uz donji rub x -osi dolazi do zgušnjavanja čvorova. U jednoj ćeliji je moguće pronaći i po dva čvora čime se narušava jednodnost njihove plošne gustoće. Konkretnije, na prijelazu $m = 8 - 9$ (Slika 3.8), uočava se udvostručenje čvora tik uz sam vanjski rub čime polje skokovito poprimi veliku vrijednost. Naravno, sve to ne predstavlja nikakav problem, jer glavni interes proučavanja je magnetsko polje homogenog torusa, kada je m vrlo velik i fluktuacije su zanemarive.

Iz priloženih grafova je očigledno da $B_z(m \rightarrow \infty)$ za različite položaje poprimaju i različite, ali konstantne vrijednosti. $B_z(r)$ je najjednostavnije odrediti usrednjavanjem $B_z(m)$ po par posljednjih vrijednosti (Tablica 3.1). Zadnjih jedanaest vrijednosti $B_z(m)$ daje:

- za središte torusa:

$$B_z(r = 0) = (6.15348 \pm 0.00002) \quad (3.44)$$

- unutarnji rub:

$$B_z(r = 0.6) = (8.512 \pm 0.004) \quad (3.45)$$

- vanjski rub:

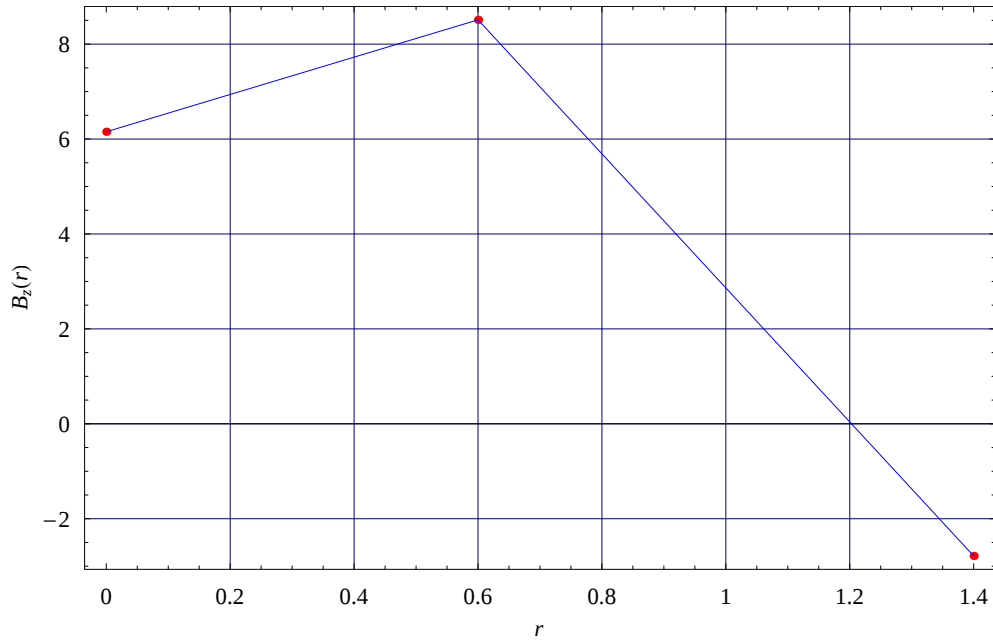
$$B_z(r = 1.4) = (-2.78 \pm 0.01) \quad (3.46)$$

	Središte torusa	Unutarnji rub torusa	Vanjski rub torusa
$r =$	0	0.6	1.4
m	B_z	B_z	B_z
190	6.153470397	8.515002575	-2.773989905
191	6.15345819	8.507453726	-2.771315076
192	6.15345798	8.516312901	-2.798324581
193	6.153454499	8.507944865	-2.791751721
194	6.153462445	8.513861739	-2.791504923
195	6.153467101	8.51102449	-2.783013073
196	6.153482646	8.510043884	-2.78005936
197	6.153494889	8.514838267	-2.773623962
198	6.153517514	8.50776058	-2.770806361
199	6.153483572	8.51621873	-2.797111191
200	6.153513318	8.508142804	-2.790795582
$\overline{B}_z =$	6.15348	8.512	-2.78
$M_{B_z} =$	0.00002	0.004	0.01

Tablica 3.1: Relevantne vrijednosti B_z o m za središte, unutarnji i vanjski rub torusa ($R_{\text{uk}} = 1$, $\Delta R = 0.8$, $I_{\text{uk}} = 1$).

Najveće nepouzdanosti u rezultatima se zamjećuju na rubovima torusa. Logično, to je posljedica veće osjetljivosti polja na razmještaj petlji u torusu uzrokovano i njihovom velikom blizinom točki promatranja. Polje na unutrašnjem rubu torusa se očekivano povećalo, a i na vanjskom poprimilo očekivanu negativnu vrijednost.

Na grafičkom prikazu (Slika 3.18) teško je odrediti točniju radijalnu ovisnost na osnovu samo tri točke, već se može samo vidjeti grubo ponašanje polja.



Slika 3.18: $B_z(r)$ u središtu, unutarnjem i vanjskom rubu torusa ($R_{\text{uk}} = 1$, $\Delta R = 0.8$, $I_{\text{uk}} = 1$).

3.3.2 Ovisnost B_z o debljini torusa ΔR

(Program: `torus_v2-Bz(DeltaR).nb`, v. Dodatak B)

Model se može provjeriti za vrlo tanke toruse, npr. na način da se izračunata vrijednost u središtu torusa usporedi sa vrijednošću polja strujne petlje dobivenu iz izraza (3.18) u poglavlju 3.1 na str. 40. Iznosi bi trebali biti jednaki do na numeričku točnost. Istovremeno moguće je i proučiti ponašanje magnetskog polja u referentnim točkama za različite debljine torusa. Referente točke su uzete kao i prije: središte, unutarnji i vanjski rub torusa opisanog parametrima: $R_{\text{uk}} = 1$ i ukupnom strujom koja teče torusom $I_{\text{uk}} = 1$.

Uobičajenim postupkom je u svakoj referentnoj točki izračunat B_z za $m = 1, \dots, 150$ mijenjajući debljine torusa $\Delta R = 0.001, 0.01, 0.1, 0.2, 0.5, 0.6, 0.8, 0.9, 1.4, 1.8$ (Tablica A.2, Tablica A.3, Tablica A.4 i Slika 3.19, Slika 3.20, Slika 3.21). Usrednjenjem po nekoliko zadnjih vrijednosti $B_z(m)$, kada se izračunate vrijednosti polja vrlo malo mijenjaju, dobiva se srednja vrijednost B_z u točkama za različite ΔR , tj. ovisnost $B_z(\Delta R)$ u središtu, unutarnjem i vanjskom rubu: Tablica 3.2, Tablica 3.3, Tablica 3.4.

Posebno su zanimljive vrijednosti B_z za tanke toruse, odnosno za $\Delta R = 0.001, 0.01, 0.1$, tj.:

$$B_z(\Delta R = 0.001) = (6.2831818 \pm 0.0000002), \quad (3.47)$$

$$B_z(\Delta R = 0.01) = (6.283132 \pm 0.000001), \quad (3.48)$$

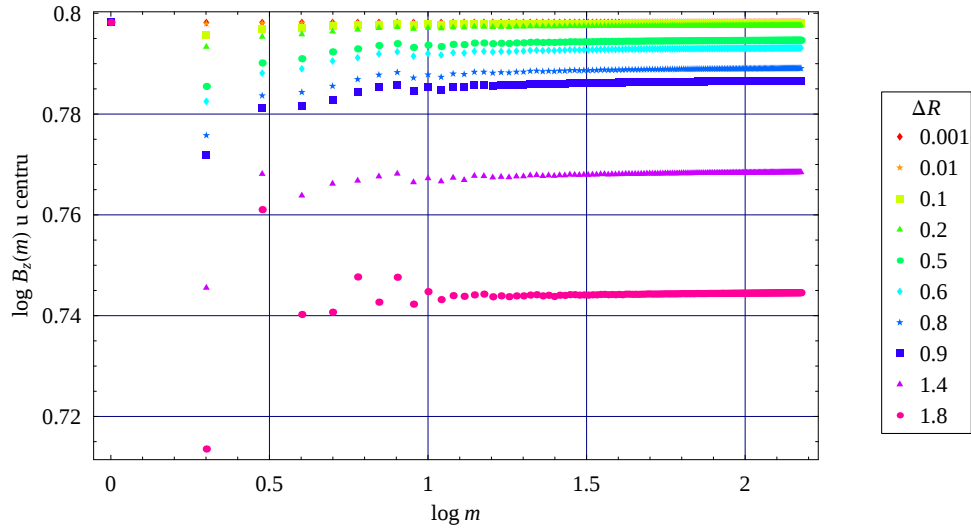
$$B_z(\Delta R = 0.1) = (6.28090 \pm 0.00001), \quad (3.49)$$

kada vrijednost približno odgovara analitički dobivenoj vrijednosti za beskonačno tanku strujnu petlju (3.18) s uvrštenim parametrima torusa $R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$ iznosi:

$$B_{z,\text{petlja}}(z_0 = 0) = 2\pi = 6.2831853. \quad (3.50)$$

$r =$	0.001	0.01	0.1	0.2	0.5
m	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z
140	6.28318162	6.28313095	6.28088805	6.27468506	6.23232122
141	6.28318166	6.28313128	6.28089114	6.27469083	6.23233311
142	6.28318176	6.28313232	6.28090117	6.27470999	6.23237496
143	6.28318163	6.28313098	6.28088832	6.27468556	6.23232211
144	6.28318176	6.28313226	6.28090063	6.27470904	6.23237324
145	6.28318165	6.28313125	6.28089092	6.27469055	6.23233308
146	6.28318180	6.28313275	6.28090529	6.27471793	6.23239256
147	6.28318173	6.28313203	6.28089831	6.27470437	6.23236402
148	6.28318190	6.28313373	6.28091465	6.27473574	6.23243102
149	6.28318186	6.28313329	6.28091029	6.27472716	6.23241311
150	6.28318187	6.28313341	6.28091162	6.27473007	6.23241915
$\overline{B}_z =$	6.2831818	6.283132	6.28090	6.27471	6.23237
$M_{B_z} =$	0.0000002	0.000001	0.00001	0.00002	0.00004
$r =$	0.6	0.8	0.9	1.4	1.8
m	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z
140	6.21009461	6.15295217	6.11778044	5.86768324	5.55315391
141	6.21010801	6.15296794	6.11779711	5.86770192	5.55317118
142	6.21015603	6.15302644	6.11785998	5.86777857	5.55324891
143	6.21009096	6.15295282	6.11778084	5.86768068	5.55314570
144	6.21015412	6.15302414	6.11785745	5.86777406	5.55324077
145	6.21010366	6.15296802	6.11779706	5.86769900	5.55316125
146	6.21017624	6.15305089	6.11788606	5.86780749	5.55327197
147	6.21014345	6.15300314	6.11784284	5.86775335	5.55321418
148	6.21022020	6.15310407	6.11794300	5.86787546	5.55333901
149	6.21019956	6.15307120	6.11791552	5.86784050	5.55330113
150	6.21020669	6.15308773	6.11792544	5.86785280	5.55331241
$\overline{B}_z =$	6.21015	6.15302	6.11785	5.86777	5.55323
$M_{B_z} =$	0.00005	0.00005	0.00006	0.00007	0.00007

Tablica 3.2: Relevantne vrijednosti $B_z(\Delta R)$ za središte torusa, $R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$.



Slika 3.19: $\log B_z - \log m$ ovisnost u središtu za različite debljine torusa, $R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$.

Naravno, očekivano je podudarnost najveća za najtanji torus, dok povećanjem debljine vrijednost polja opada. Može se govoriti o relativno “tankom” torusu koji bi se u računima mogao aproksimirati ili zamijeniti beskonačnom tankom strujnom petljom ako je $\Delta R \leq 0.1$, dok iznad te debljine odstupanje postaje preveliko.

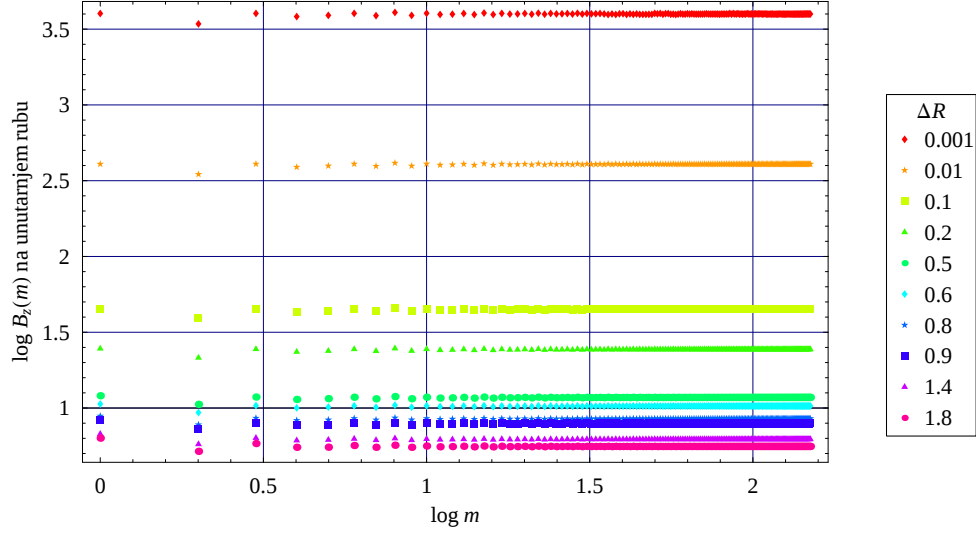
Uočljivo je na $\log B_z(\Delta R)$ grafovima 3.22, 3.23 i 3.24 da u središtu torusa B_z komponenta lagano opada kako mu debljina raste. Na rubovima primjetan je nagli pad gdje su vrijednosti istog reda veličine samo suprotnih predznaka što je, naravno, posljedica velike blizine strujnih petlji točki promatranja i simetričnosti sistema.

$r =$	0.001	0.01	0.1	0.2	0.5
m	Bz	Bz	Bz	Bz	Bz
140	3980.92435288	406.60352446	44.92683872	24.37266894	11.74231320
141	3975.53359776	407.30686049	44.99719872	24.40785712	11.75640656
142	3973.57633881	406.42244158	44.90875031	24.36362942	11.73870880
143	3978.50158376	407.35457274	45.00196358	24.41023545	11.75734989
144	3981.53500011	406.54556635	44.92106211	24.36978474	11.74117244
145	3980.01936677	407.02816824	44.96930983	24.39390876	11.75080832
146	3982.66601284	406.91678653	44.95818951	24.38835964	11.74861470
147	3984.39158433	406.63554205	44.93003613	24.37425284	11.74296389
148	3979.32694071	407.29734552	44.99627143	24.40740977	11.75624740
149	3980.63572225	406.45365359	44.91185180	24.36517988	11.73934509
150	3980.02411719	407.35575010	45.00210570	24.41032300	11.75741365
$\overline{B}_z =$	3980.	406.9	44.96	24.39	11.748
$M_{B_z} =$	3.	0.4	0.04	0.02	0.008
$r =$	0.6	0.8	0.9	1.4	1.8
m	Bz	Bz	Bz	Bz	Bz
140	10.30803449	8.50712912	7.90731176	6.22525818	5.58028212
141	10.31978534	8.51595394	7.91516248	6.23034358	5.58435782
142	10.30503688	8.50488819	7.90532324	6.22398908	5.57927508
143	10.32055220	8.51654062	7.91568251	6.23067252	5.58461346
144	10.30708823	8.50642683	7.90669110	6.22487119	5.57997841
145	10.31510418	8.51245102	7.91204527	6.22831969	5.58272830
146	10.31329438	8.51108927	7.91083645	6.22756134	5.58213429
147	10.30858089	8.50752316	7.90768311	6.22550583	5.58047988
148	10.31966707	8.51588049	7.91510472	6.23033375	5.58435863
149	10.30556804	8.50527050	7.90568345	6.22422843	5.57946689
150	10.32063171	8.51660100	7.91574374	6.23073957	5.58467569
$\overline{B}_z =$	10.313	8.511	7.911	6.227	5.582
$M_{B_z} =$	0.006	0.005	0.004	0.003	0.002

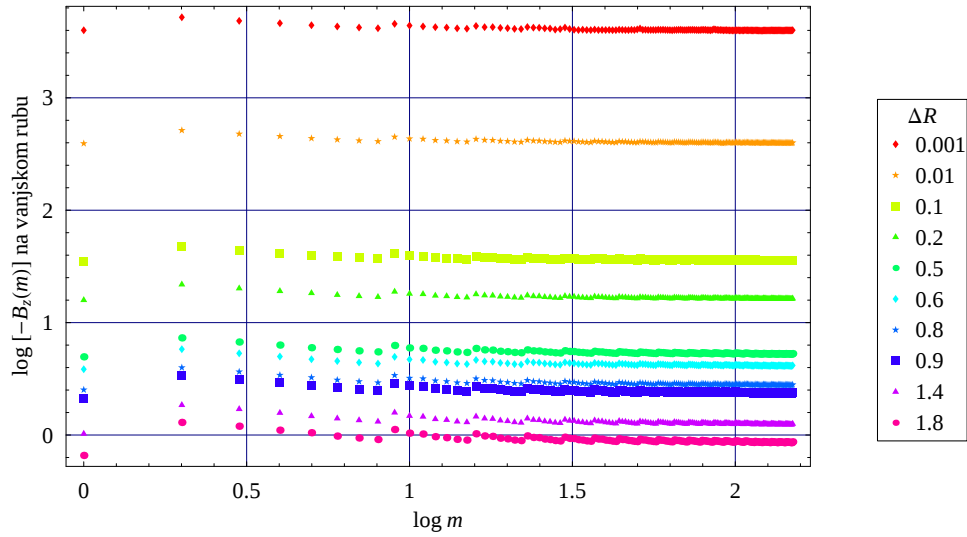
Tablica 3.3: Relevantne vrijednosti $B_z(\Delta R)$ za unutarnji rub torusa, $R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$.

$r =$	0.001	0.01	0.1	0.2	0.5
m	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z
140	-3966.75980104	-397.13667302	-35.74364669	-16.31446453	-5.26531759
141	-3970.63535083	-396.49860565	-35.67991124	-16.28263640	-5.25262111
142	-3975.27029478	-396.18550337	-35.64867435	-16.26705509	-5.24642575
143	-3988.93798824	-399.03628418	-35.93357028	-16.40941102	-5.30327591
144	-3986.63913141	-398.14800269	-35.84484080	-16.36510745	-5.28561132
145	-3982.99219994	-398.16965675	-35.84692952	-16.36610197	-5.28596393
146	-3978.64151524	-397.26613829	-35.75672829	-16.32106901	-5.26801876
147	-3980.74986612	-397.05084903	-35.73517681	-16.31027741	-5.26366906
148	-3976.50405778	-396.36211733	-35.66641276	-16.27596294	-5.25002854
149	-3981.77717815	-396.13351315	-35.64357009	-16.26454106	-5.24544339
150	-3995.79509036	-398.80295136	-35.91039236	-16.39789476	-5.29874825
$\bar{B}_z =$	-3980.	-397.	-35.8	-16.32	-5.27
$M_{B_z} =$	8.	1.	0.1	0.05	0.02
$r =$	0.6	0.8	0.9	1.4	1.8
m	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z
140	-4.13417907	-2.78758591	-2.36207755	-1.24636068	-0.86055765
141	-4.12360708	-2.77966832	-2.35504424	-1.24184911	-0.85705618
142	-4.11845321	-2.77581492	-2.35162383	-1.23966579	-0.85535675
143	-4.16582636	-2.81130080	-2.38315519	-1.25990473	-0.87108925
144	-4.15109948	-2.80028851	-2.37337374	-1.25363640	-0.86622364
145	-4.15140111	-2.80048676	-2.37354427	-1.25373068	-0.86628945
146	-4.13644458	-2.78930487	-2.36361133	-1.24737031	-0.86135420
147	-4.13281443	-2.78659035	-2.36118415	-1.24580064	-0.86012942
148	-4.12146504	-2.77808689	-2.35364872	-1.24098249	-0.85639478
149	-4.11764239	-2.77523180	-2.35109727	-1.23933956	-0.85511556
150	-4.16205487	-2.80851290	-2.38068758	-1.25834747	-0.86989278
$\bar{B}_z =$	-4.14	-2.79	-2.36	-1.25	-0.86
$M_{B_z} =$	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01

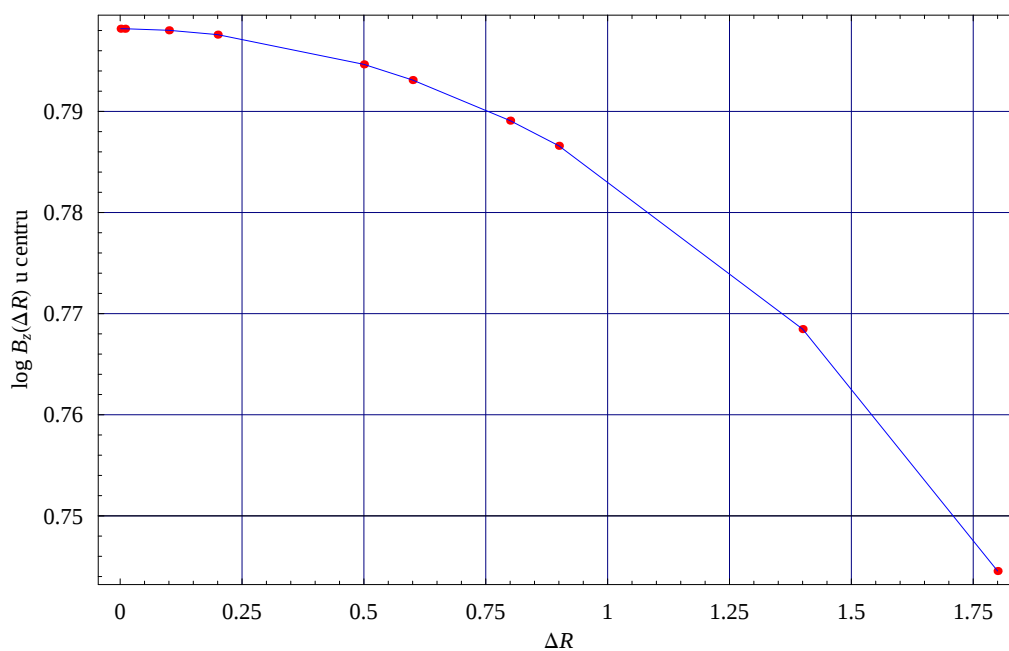
Tablica 3.4: Relevantne vrijednosti $B_z(\Delta R)$ za vanjski rub torusa, $R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$.



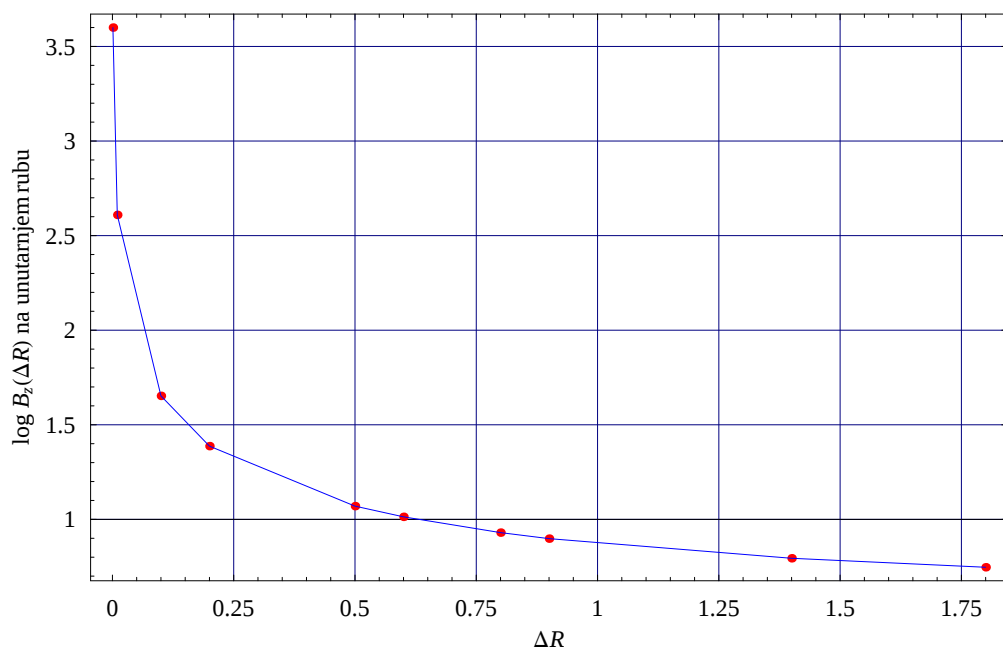
Slika 3.20: $\log B_z - \log m$ ovisnost na unutarnjem rubu za različite debljine torusa, $R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$.



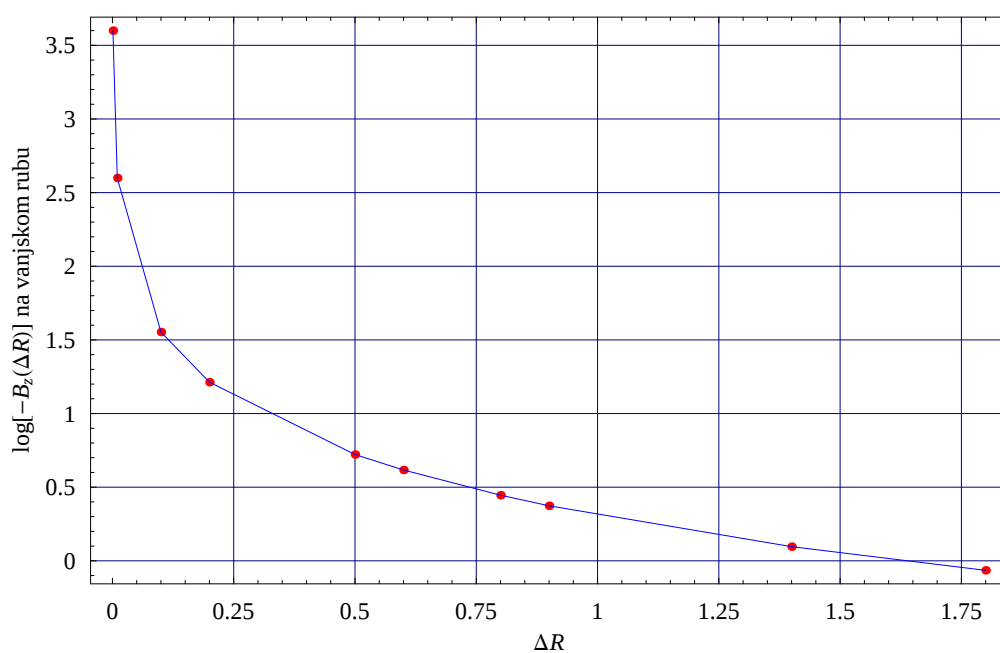
Slika 3.21: $\log B_z - \log m$ ovisnost na vanjskom rubu za različite debljine torusa, $R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$.



Slika 3.22: $\log B_z(\Delta R)$ ovisnost u središtu, $R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$.



Slika 3.23: $\log B_z(\Delta R)$ ovisnost za unutarnji rub, $R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$.



Slika 3.24: $\log B_z(\Delta R)$ ovisnost za vanjski rub, $R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$.

3.3.3 Ovisnost B_z o udaljenosti r od ishodišta za razne debljine torusa ΔR

(Program: `torus_v2-Bz(r).nb`, v. Dodatak B)

Račun se dalje proširuje na istom principu kao i prije. Krajnji cilj je proračun magnetskog toka kroz plohu na koju je torus položen, stoga je potrebno odrediti radijalnu ovisnost $B_z(r)$ komponente magnetskog polja od torusnog središta. Postupak je identičan prethodnom. Veliki polumjer torusa R_{uk} razdijelio se na N_r jednakih podintervala $\epsilon(\Delta R) = R_u/N_r$ na čijim rubovima se nalaze položaji $r_j(\Delta R)$ u kojima se računa magnetsko polje:

$$r_j(\Delta R) = j\epsilon(\Delta R), \quad j = 0, \dots, N_r. \quad (3.51)$$

Približavanjem unutarnjem rubu torusa magnetsko polje naglo raste (što se zapaža u prethodnom poglavlju 3.3.2), pa kako bih se preciznije mogla odrediti radijalna ovisnost potrebno je posljednji interval ponovno razdijeliti na N_z kraćih, pa opet posljednji na još kraće itd. Općenito se može napisati, ako je $\epsilon_s(\Delta R)$ duljina podintervala s -tog stupnja podjele, da za glavnu podjelu ($s = 0$) vrijedi:

$$\epsilon_0(\Delta R) = \frac{R_u(\Delta R)}{N_r}, \quad (3.52)$$

$$r_{0,j}(\Delta R) = j\epsilon_0(\Delta R), \quad j = 0, \dots, N_r, \quad (3.53)$$

dok je za podpodjelu ($s \geq 1$):

$$\epsilon_s(\Delta R) = \frac{\epsilon_{s-1}(\Delta R)}{N_z}, \quad s \geq 1, \quad (3.54)$$

$$r_{s,j}(\Delta R) = [R_u(\Delta R) - \epsilon_{s-1}(\Delta R)] + j\epsilon_s(\Delta R), \quad j = 1, \dots, N_z - 1, \quad (3.55)$$

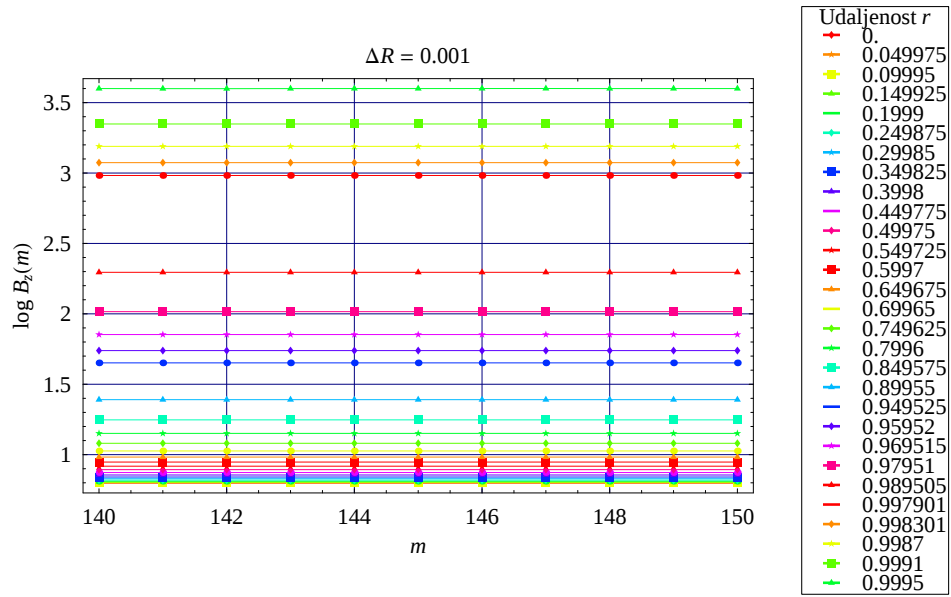
gdje je $R_u(\Delta R)$ unutarnji rub torusa debljine ΔR . Upotrijebljene vrijednosti su: $N_r = 20$, $N_z = 5$ i $\Delta R = 0.001, 0.01, 0.1, 0.2, 0.5, 0.6, 0.8, 0.9, 1.4$,

1.8. Podpodjela je vršena samo za najtanje toruse kod kojih polje pri rubu skokovito raste:

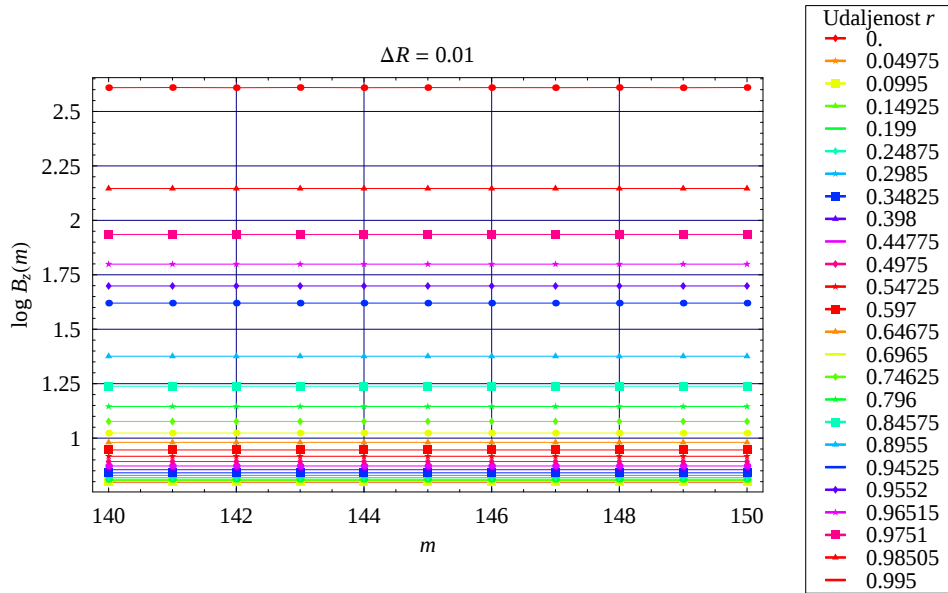
- za $\Delta R = 0.001$ uzelo se $s = 1, 2$,
- za $\Delta R = 0.01$ samo $s = 1$.

Sada kada je podjela izvršena, u tim točkama se predhodnim postupkom prvotno izračunaju vrijednosti polja za rastuće vrijednosti m , odnosno za one kada polja približno poprimaju konstante iznose. S obzirom na zahtjevan i dugotrajan račun, optimalan izbor je bio u rasponu $m = 140 - 150$ što je prikazano i u tablicama Dodatka A (Tablica A.5, Tablica A.6, Tablica A.7, Tablica A.8, Tablica A.9, Tablica A.10, Tablica A.11, Tablica A.12, Tablica A.13, Tablica A.14), zajedno i sa izračunatim srednjim vrijednostima $\overline{B}_z$ i nepouzdanostima M_{B_z} .

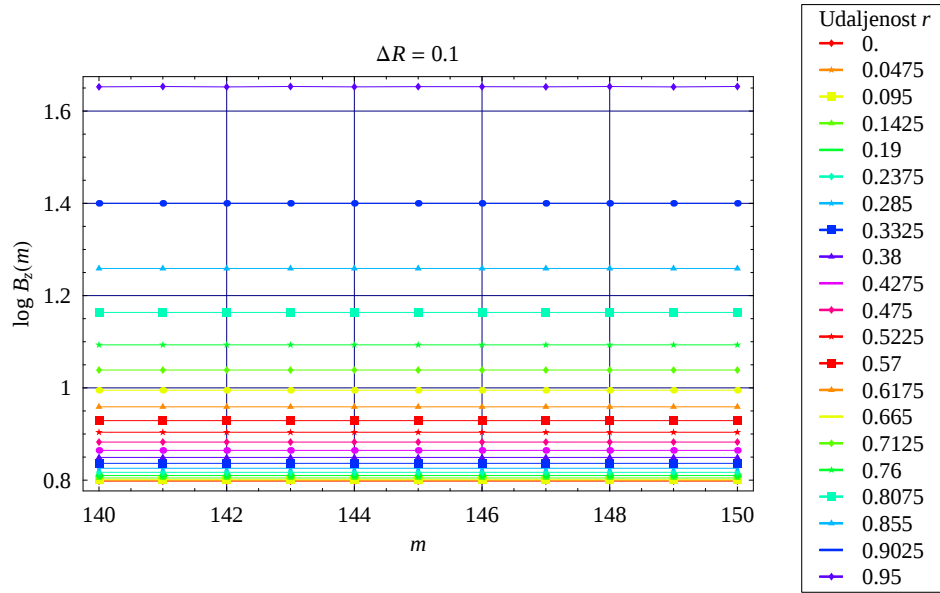
Na slikama 3.25, 3.26, 3.27, 3.28, 3.29, 3.30, 3.31, 3.32, 3.33, 3.34 je uočljivo da razmaci među gornjim grafovima postaju veliki, odnosno polja pri rubu torusa vrlo naglo rastu, izrazito kod tankih torusa. Na posljednjoj slici 3.34 najdebljeg torusa, polje na rubu je dosta ovisilo o razmještanju najbližih strujnih petlji, što rezultira izrazitom oscilacijom najviše krivulje.



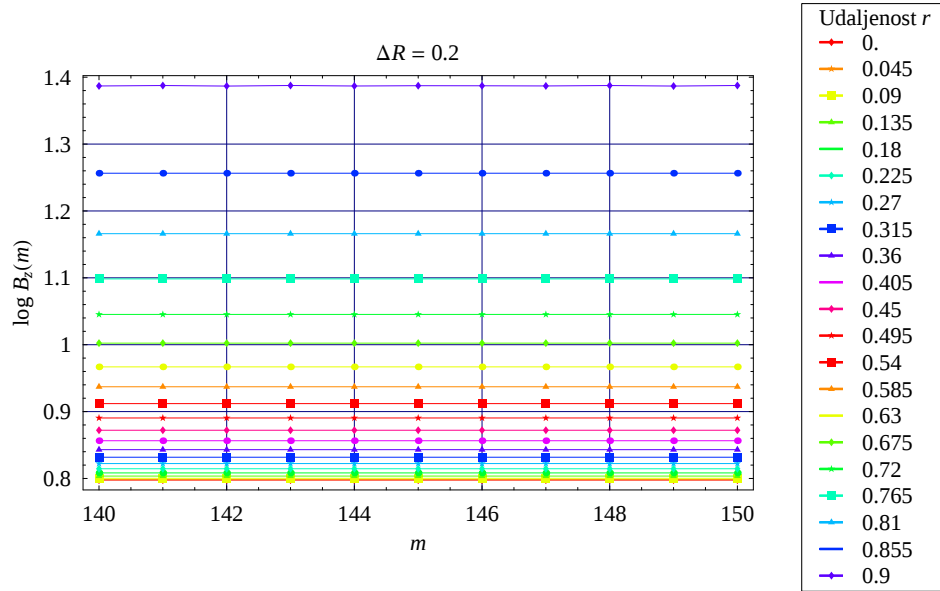
Slika 3.25: Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.001$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).



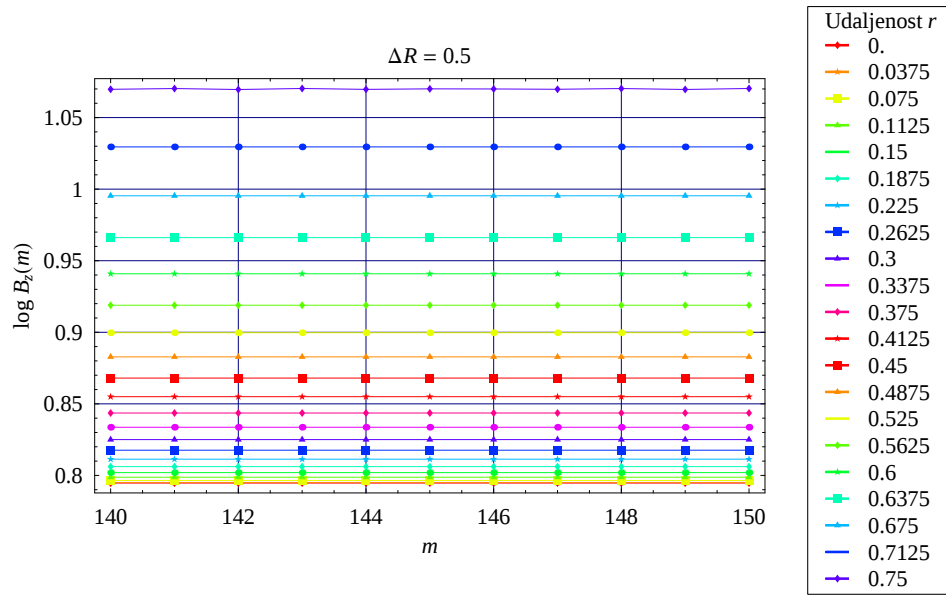
Slika 3.26: Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.01$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).



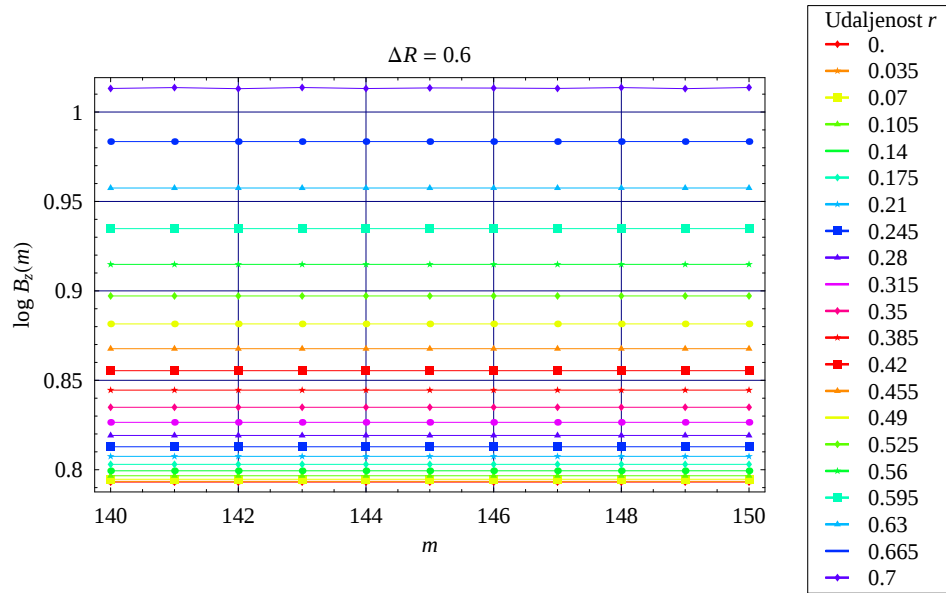
Slika 3.27: Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.1$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).



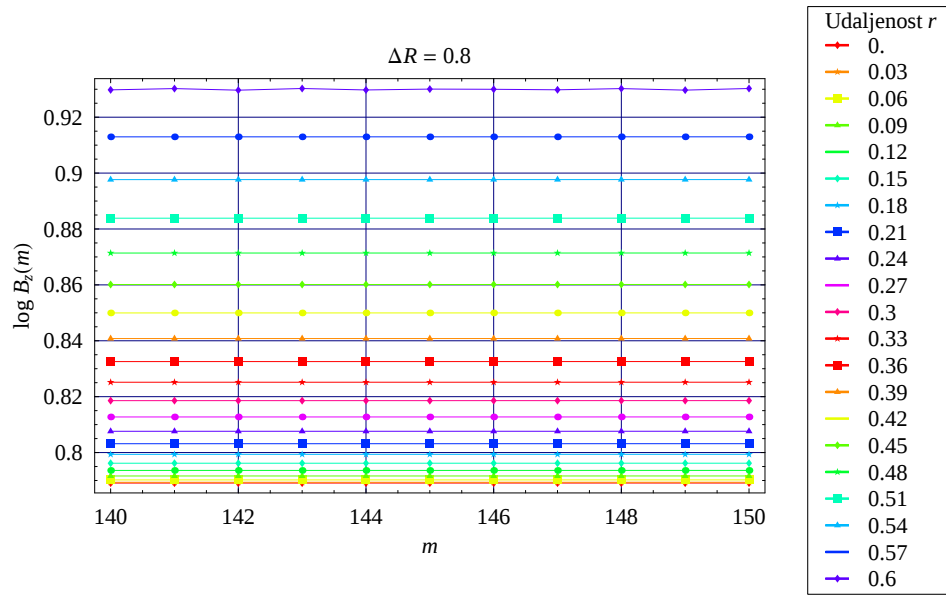
Slika 3.28: Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.2$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).



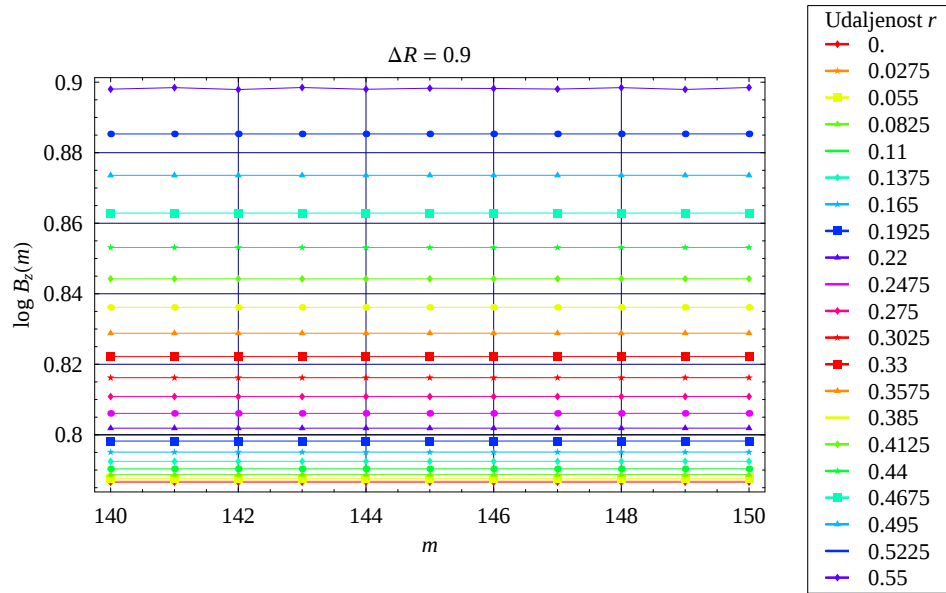
Slika 3.29: Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.5$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).



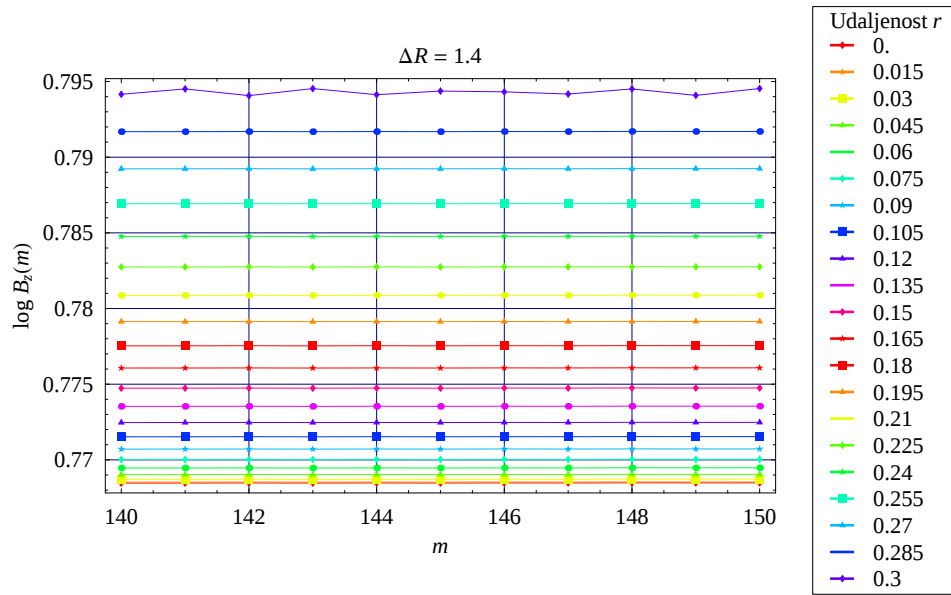
Slika 3.30: Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.6$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).



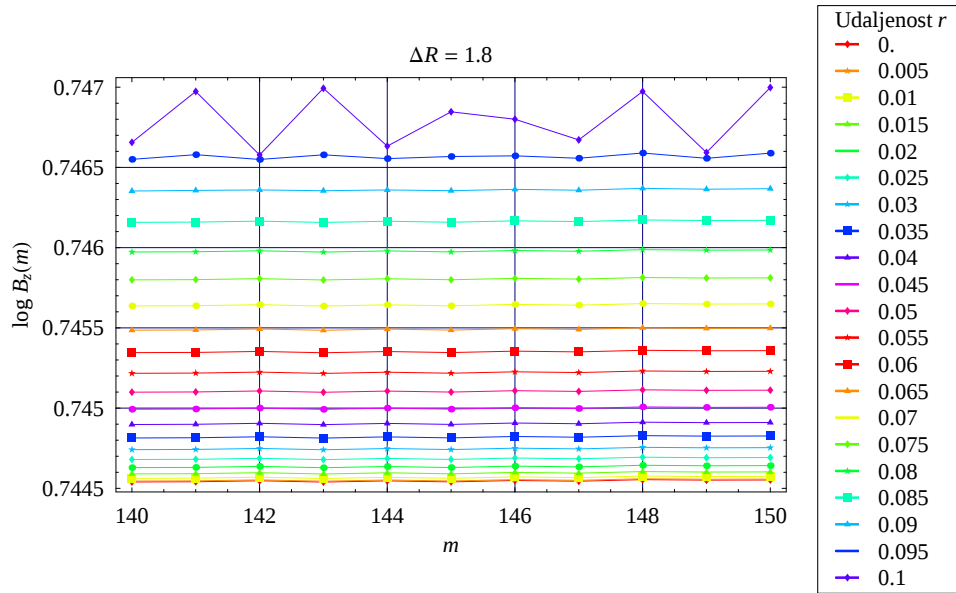
Slika 3.31: Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.8$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).



Slika 3.32: Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.9$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).



Slika 3.33: Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 1.4$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).



Slika 3.34: Ovisnost $\log B_z(m)$ za debljinu torusa $\Delta R = 1.8$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).

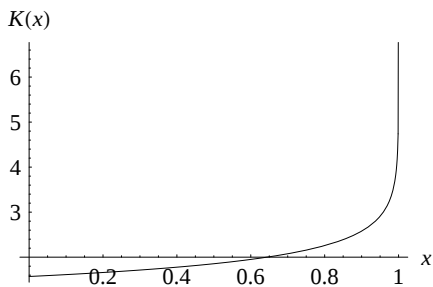
3.3.4 Magnetski tok i samoinduktivnost torusa

(Program: torus_v2-Tok.nb, v. Dodatak B)

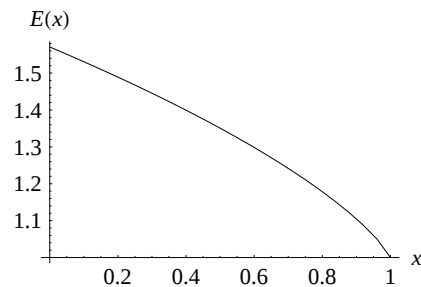
Kako bi se izračunao magnetski tok kroz torus potrebno je prilagoditi neku smislenu analitičku funkciju dobivenim diskretnim vrijednostima ovisnosti B_z komponente polja o udaljenosti r od središta. Promotrivši bolje sliku 3.36, uz razmatranje ponašanja polja za jednu strujnu petlju u poglavlju 3.1.1, str. 44, (Slika 3.2), kao i oblike eliptičkih integrala (Slike 3.35), sve navodi na zaključak da je za prilagodbu najpogodnija funkcija oblika:

$$B_z(r) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^5 (\beta_k E^k(r) + \gamma_k K^k(r)), \quad (3.56)$$

predstavljena linearnom kombinacijom potencija eliptičkih integrala $K(r)$ i $E(r)$ prve i druge vrste, definiranih pomoću (3.9) i (3.10). Naravno za različite debljine torusa koeficijenti α_0 , β_k i γ_k su različiti. Eliptički integrali čine se prikladni zato što prve vrste $K(x)$ divergira u blizini $x = 1$, dok $E(x)$ pada na nulu. Magnetsko polje B_z za torus konačne debljine nalazi se negdje između takvih ponašanja. Očekivano je da će na unutarnjem rubu naglo porasti, ali realno nikada ne doseže beskonačnu vrijednost, pa na temelju toga slijedi zamisao da se numerički dobivenim podacima prilagodi kombinacija $K(x)$ i $E(x)$.

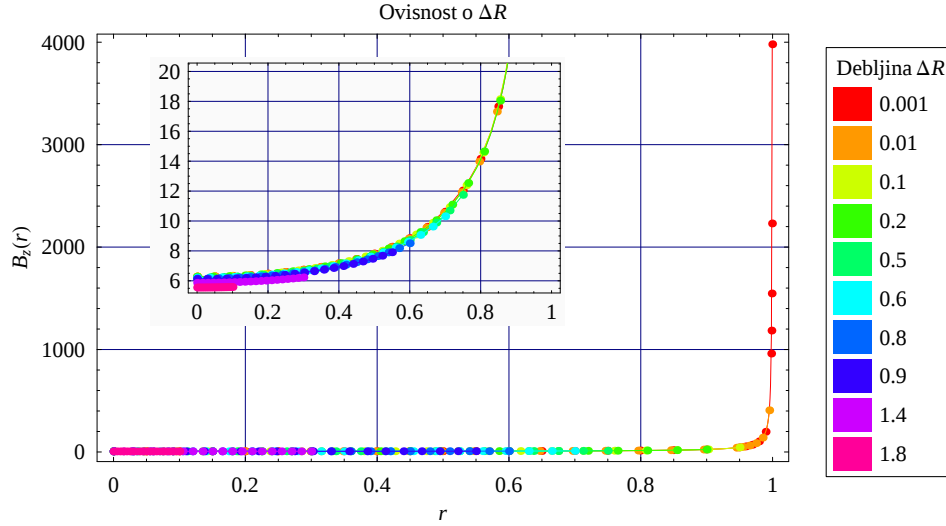


(a) Oblik potpunog eliptičkog integrala prve vrste $K(x)$.



(b) Oblik potpunog eliptičkog integrala druge vrste $E(x)$.

Slika 3.35: Eliptički integrali.



Slika 3.36: Ovisnost $B_z(r)$ za različite debljine torusa ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).

Kada je dobivena funkcionalna ovisnost $B_z^{(\Delta R)}(r)$, lako je izračunati tok za toruse različitih debljina, ΔR , pomoću:

$$\Psi(\Delta R) = 2\pi \int_0^{R_u(\Delta R)} r B_z^{(\Delta R)}(r) dr, \quad (3.57)$$

gdje je $R_u(\Delta R)$ polumjer unutarnjeg ruba torusa ovisan o njegovoj debljini.

Na temelju dobivenih podataka pronalazi se ovisnost toka Ψ , a time i samoinduktivnosti L^a , o debljini torusa, ΔR (Tablica 3.5). Funkcija [11] kaže da je samoinduktivnost torusa velikog polumjera R , i malog promjera, ΔR ($0 < \Delta R \ll R$), kojim teče jednolika struja iznosi:

$$L \simeq 4\pi R \left[\ln \left(\frac{8R}{(\Delta R/2)} \right) - 2 \right]. \quad (3.58)$$

Međutim, relacija približno vrijedi *isključivo* za tanke toruse, stoga za deblje toruse ($\Delta R \gg R = 1$) potrebno je u prilagodbu uključiti slobodan parametar α , što prelazi u:

^au ovom slučaju je $I = 1$ čime iz relacije (2.32) slijedi: $L = \Psi$

ΔR	$\Psi(\Delta R)$
0.001	96.484751
0.01	67.364503
0.1	37.302019
0.2	27.73823
0.5	14.667789
0.6	12.077266
0.8	8.117065
0.9	6.5766276
1.4	1.7087388
1.8	0.1749045

Tablica 3.5: Ovisnost toka $\Psi(\Delta R)$ kroz torus o debljini.

$$L(\Delta R) = 4\pi \left[\ln \left(\frac{\alpha}{\Delta R} \right) - 2 \right]. \quad (3.59)$$

Koeficijent α se može odrediti metodom najmanjih kvadrata tako da se relacija za induktivnost, (3.59), raspiše na način:

$$L(x) = Ax + B, \quad (3.60)$$

gdje su:

$$x \equiv \ln \Delta R, \quad (3.61)$$

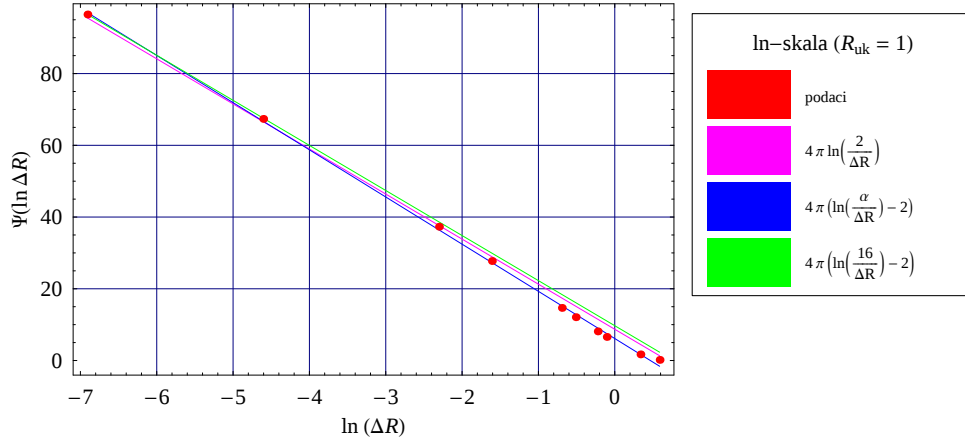
$$A \approx -4\pi, \quad (3.62)$$

$$B \equiv 4\pi(\ln \alpha - 2). \quad (3.63)$$

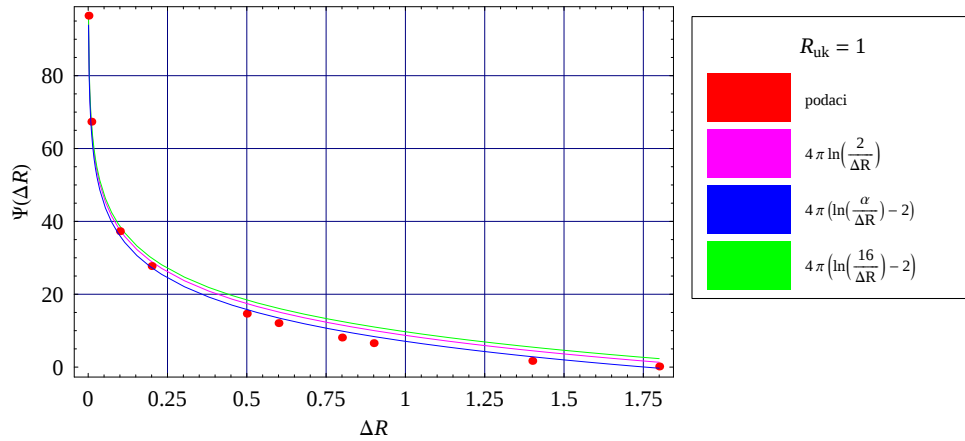
Dobiva se:

$$\alpha = (12.0 \pm 0.4), \quad (3.64)$$

što je, zajedno s ostalim grafovima u ln-linearnoj skali, nacrtano na slici 3.37. Istovremeno, rezultat se može prikazati i u lin-lin grafu (slika 3.38). Vidi se da kako debljina raste, samoinduktivnost opada, asimptotski se približavajući nuli.



Slika 3.37: Ovisnost toka $\Psi(\ln \Delta R)$ kroz torus o debljini ($R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$).



Slika 3.38: Ovisnost toka $\Psi(\Delta R)$ kroz torus o debljini ($R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$).

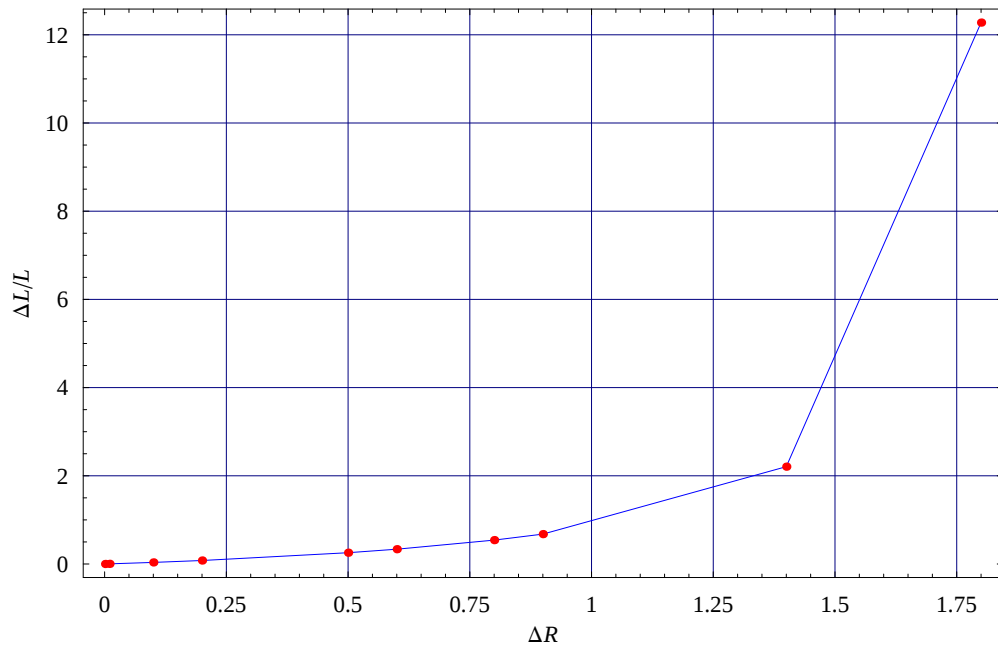
Koronini izbačaji općenito su konačnih i velikih debljina. Potrebno je u torusnom približenju prikazati ponašanje (vanjske) induktivnosti za velike vrijednosti ΔR koja određuje cjelokupnu dinamiku izbačaja. Chenova re-

ΔR	$\Delta L/L$
0.001	0.000400745
0.01	0.003182803
0.1	0.035970031
0.2	0.079141704
0.5	0.255872041
0.6	0.335387335
0.8	0.541555997
0.9	0.677528562
1.4	2.207281331
1.8	12.27697319

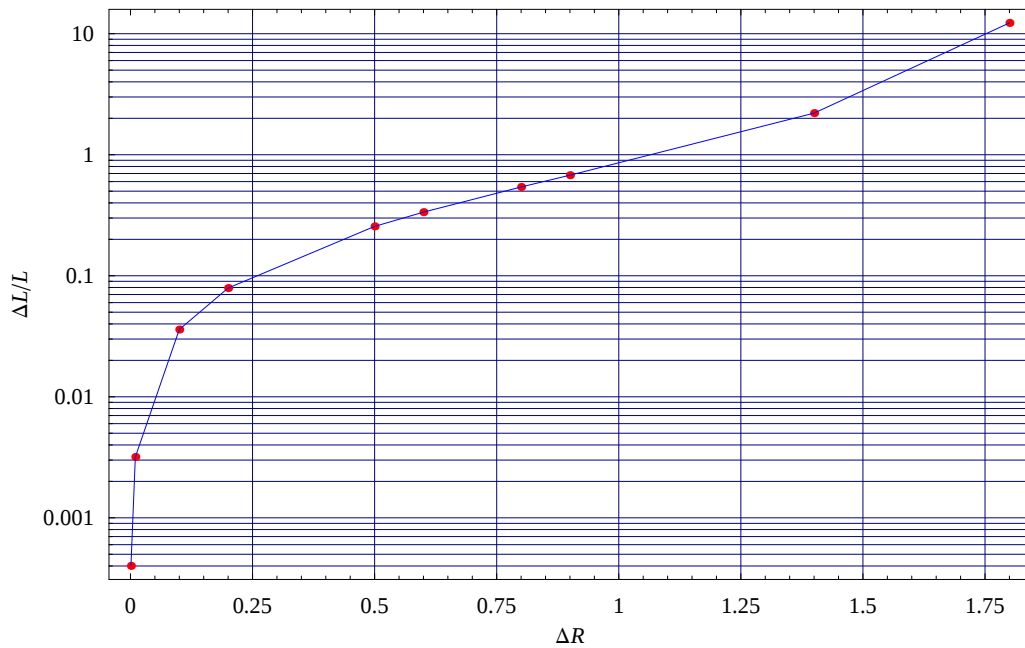
Tablica 3.6: Relativna odstupanja izračunatih vrijednosti induktivnosti od vrijednosti dobivenih iz Chenovog približenja za tanki torus (3.58) ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).

lacija (3.58) za tanke toruse ($\Delta R \ll R$) očigledno odstupa od stvarnosti. Grafovi 3.39 i 3.40 prikazuju da su odstupanja beznačajna za toruse malih debljina, $\Delta R < 0.1$, kada je unutarnja induktivnost zanemariva, dok za veće debljine, pogotovo za $\Delta R > 1.4$, njezin utjecaj postaje zamjetan. Pri vrlo velikim ΔR unutrašnji induktivitet $\xi_i/2 \approx 1/2$ postaje bitan.

Zadebljanjem torusa pojavljuje se dodatna i bitna komponenta u dinamici. Povećanjem ΔR opada vanjska induktivnost, L_e , dok unutarnja, L_i , raste. L_i je posljedica poloidalnog polja *unutar* torusa (v. poglavlje 2.2.5, str. 33). Iako ovdje unutarnje magnetsko polje direktno nije razmatrano, sigurno je važno u cjelokupnom dinamičkom procesu. U određenom trenutku nadvladat će unutarnja energija U_{pi} nad vanjskom U_{pe} (jednadžbe (2.28) i (2.29)), stoga je model potrebno reformulirati.



Slika 3.39: Odstupanja izračunatih vrijednosti induktivnosti od vrijednosti dobivenih iz Chenove relacije (3.58) ($R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$).



Slika 3.40: Logaritamska odstupanja izračunatih vrijednosti induktivnosti od vrijednosti dobivenih iz Chenove relacije (3.58) ($R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$).

3.3.5 Procjena gradijenta magnetskog tlaka

(Program: `torus_v2-Tlak(DeltaR).nb`, v. Dodatak B)

Dinamika torusnog modela može se približno ocijeniti na osnovu razlike magnetskih tlakova na rubovima torusa, odnosno da li povećanjem torusne debljine raste ili se smanjuje. Osnova je za izračun iznosa i usmjerenja magnetske sile.

Magnetski tlak općenito je izražen:

$$p_m = \frac{B^2}{2\mu}, \quad (3.65)$$

dok je magnetska sila:

$$\mathbf{F}_m = -\nabla p_m, \quad (3.66)$$

ili, ako tlak ovisi samo o radijalnoj komponenti, tj. $p_m = p_m(r)$, vrijedi:

$$\mathbf{F}_m = -\frac{\partial p_m(r)}{\partial r} \hat{r}. \quad (3.67)$$

Približno se može pisati za torus debljine ΔR i magnetske permeabilnosti $\mu = 1$, te magnetskog polja na unutarnjem, B_u , i vanjskom rubu, B_v , torusa:

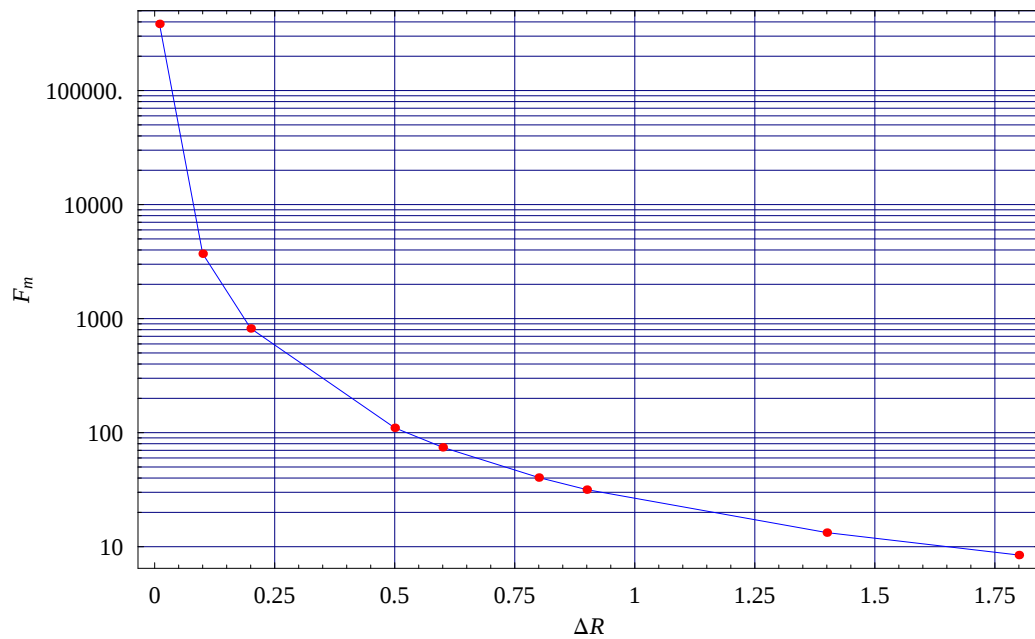
$$\mathbf{F}_m \cong -\frac{\Delta p_m}{\Delta r} \hat{r} = -\frac{B_v^2 - B_u^2}{2\Delta R} \hat{r} = \frac{B_u^2 - B_v^2}{2\Delta R} \hat{r}, \quad (3.68)$$

gdje zadnja jednakost proizlazi zbog toga što je uvijek $B_u > B_v$, $\forall \Delta R \in \{0.01, 0.1, 0.2, 0.5, 0.6, 0.8, 0.9, 1.4, 1.8\}$.

Izračunate vrijednosti sile prikazane su u tablici 3.7 i nacrtane na grafu 3.41. Magnetska sila je usmjerena prema vanjskom rubu torusa za sve debljine, odnosno nastoji raširiti torus, i opada kako se torusna debljina uvećava.

ΔR	F_m
0.01	768639.61976806
0.1	7420.02119546
0.2	1641.25435506
0.5	220.50883805
0.6	148.72972540
0.8	80.81204516
0.9	63.31987448
1.4	26.58836824
1.8	16.89801883

Tablica 3.7: Ovisnost sile zbog gradijenta magnetskog tlaka o debljini torusa ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).



Slika 3.41: Logaritamska ovisnost sile zbog gradijenta magnetskog tlaka o debljini torusa ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).

Poglavlje 4

Zaključak

U opisu koroninih izbačaja zasada su uspješni oni modeli koji se zasnivaju na njegovoj geometriji, [2], [22], [31], [11], [8]. Najviše se koristi Chenov model magnetskih cijevi [8] u kojem se izbačaj reprezentira zakrivljenim magnetskim vlakom čiji su krajevi usidreni u gustom fotosferi. Dinamiku izbačaja u velikoj mjeri određuje induktivnost sistema, L . Pomoću nje može se izračunati radijalna sila koja se suprotstavlja gravitaciji i odgovorna je za neravnotežu u sistemu, npr. za jednostavniji slučaj [2] sila općenito iznosi $F_r = \frac{(IL)^2}{4\pi R} \frac{\partial}{\partial R}(\frac{1}{L})$. Međutim, nedostatak koji se pojavljuje u svim modelima je taj što se svi temelje na pretpostavci da je vlakno vrlo tanko, skoro pa i zanemarivog promjera $\Delta R = 2a \ll 1$, što ne odgovara stvarnosti. Prosječno su KIM konačnih i velikih debljina, stoga približenje induktivnosti, L , za $\Delta R \ll 1$ nije realno. Potrebno je bilo ispitati kako takvo pojednostavljenje utječe na konačan rezultat.

U torusnom modelu koronini izbačaji su predstavljeni mnoštvom strujnih petlji koje sačinjavaju torus. Petljama teku jednake i konstantne struje čiji je ukupni zbroj skaliran na jedinicu. Homogenost strujne gustoće postiže se povećanjem broja petlji (v. sliku 3.13).

Dobiveni L , kada je $R = 1$, opada povećanjem omjera a/R (v. tablicu 3.5 i sliku 3.38), dok odstupanje $\Delta L/L$ od analitičke Chenove relacije tankih torusa (3.58) raste porastom a/R . Razlika između Chenove vanjske induktiv-

nosti $L_C^{(e)}$ za tanke toruse, (3.58), i numerički izračunate $L_N^{(e)}$: $\Delta L = L_C^{(e)} - L_N^{(e)}$ prikazana je na slici 3.39. Otprilike za $a/R < 0.1$ mogla bi se upotrebljavati Chenova relacija L_C za tanke toruse, ali iznad toga odstupanje je ipak preveliko (Tablica 3.6).

Na osnovu poznavanja vrijednosti magnetskog polja na unutarnjem i vanjskom rubu torusa moguće je ugrubo ocijeniti radijalnu silu. Račun je pokazao njeno usmjerenje prema vanjskom rubu, odnosno nastoji “raširiti” torus, i opada njegovim zadebljanjem. Koronini izbačaji velikih dimenzija slabije bi se suprostavljali gravitacijskom utjecaju Sunca i njihova kinematika bila bi sporija od onih manjih veličina. Usporedbom s empirijskim podacima procijenilo bi se koliko unutarnja struktura KIM, npr. unutarnja induktivnost, L_i , nejednolika raspodjela toroidalne struje i sl., utječe na konačnu brzinu u ovisnosti o dimenzijama KIM.

Zahvale

Ponajviše bih se zahvalio svojoj obitelji na podršci i strpljenu tijekom svih ovih godina studija. Mentoru, s kojim je bilo užitak surađivati, na požrtvornosti i predanosti. Također i prijateljima koji su vjerovali u mene, bili oslonac i pružali mi podršku.

Bibliografija

- [1] Anzer, U. and Pneuman, G. W.: *Magnetic Reconnection and Coronal Transients*, Solar Phys. **79** (1982), 129
- [2] Anzer, U.: *Can Coronal Loop Transients Be Driven Magnetically?*, Solar Phys. **57** (1978), 111
- [3] Batygin V. V. and Toptygin, I. N.: *Problems in Electrodynamics* (Academic Press Inc., 1962)
- [4] Burlaga, L. F.: *Magnetic Clouds and Force-Free Fields With Constant Alpha*, J. Geophys. Res. **93** (1998), 7217
- [5] Carroll, B. W. and Ostlie, D. A.: *An Introduction to Modern Astrophysics* (Addison-Wesley Pub. Co., Inc., 1996)
- [6] Chen, J. and Garren, D. A.: *Interplanetary Clouds: Topology and Driving Mechanism*, Geophys. Res. Lett. **20** (1993), 2319
- [7] Chen, J. et al.: *Magnetic Geometry and Dynamics of the Fast Coronal Mass Ejectoin of 1997 September 9*, Astrophys. J. **533** (2000), 481
- [8] Chen, J., and Krall, J.: *Acceleration of coronal mass ejections*, J. Geophys. Res. **108** (2003), 1410
- [9] Chen, J.: *Theory of Prominence Eruption and Propagation: Interplanetary Consequences*, J. Geophys. Res. **101** (1996), 27,499

- [10] Engvold, O.: *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics - Solar Prominence Fine Structure* (Nature Publishing Group, 2001)
- [11] Garren, D. A. and Chen, J.: *Lorentz Self-Forces on Curved Current Loops*, Phys. Plasmas **1** (1994), 3425
- [12] Harrison, R. A.: *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics - Solar Coronal Mass Ejection: Observations* (Nature Publishing Group, 2001)
- [13] Jackson, J. D.: *Classical Electrodynamics* (John Wiley & Sons, Inc., 1999)
- [14] Kirk, J. G., Melrose, D. B., Priest E. R.: *Plasma Astrophysics* (Springer-Verlag, 1994)
- [15] Krall, J. Chen, J., Santoro, R.: *Drive Mechanisms of Erupting Solar Magnetic Flux Ropes*, Astrophys. J. **539** (2000), 964
- [16] Lang, K. R.: *The Cambridge Encyclopedia of the Sun* (Cambridge University Press, 2001)
- [17] Low, B. C.: *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics - Solar Coronal Mass Ejection: Theory* (Nature Publishing Group, 2001)
- [18] Low, B. C.: *Solar Activity and the Corona*, Solar Phys. **167** (1996), 217
- [19] Martens P. C. H. and Kuin, N. P. M.: *A Circuit Model For Filament Eruptions and Two-Ribbon Flares*, Solar Phys. **122** (1989), 263
- [20] Martin, S. F.: *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics - Solar Prominence Formation* (Nature Publishing Group, 2001)
- [21] Moore, R.: *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics - Solar Prominence Eruption* (Nature Publishing Group, 2001)
- [22] Mouschovias, T. C. and Poland, A. I.: *Expansion and Broadening of Coronal Loop Transients: A Theoretical Explanation*, Astrophys. J. **220** (1978), 675

- [23] Oliver, R.: *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics - Solar Prominence Oscillations* (Nature Publishing Group, 2001)
- [24] Pasachoff, J. M.: *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics - Eclipse* (Nature Publishing Group, 2001)
- [25] Rust, D.: *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics - Solar Prominences* (Nature Publishing Group, 2001)
- [26] SOHO (ESA & NASA), The Solar and Heliospheric Observatory, <http://sohowww.nascom.nasa.gov/>, <http://sohowww.estec.esa.nl/>
- [27] Tandberg-Hanssen, E.: *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics - Solar Prominences: Active* (Nature Publishing Group, 2001)
- [28] Van Ballegooijen, A., A.: *Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics - Solar Prominence Models* (Nature Publishing Group, 2001)
- [29] Vršnak B., Ruždjak, V.: *Stability of Prominences Exploding Helical-Like Patterns*, Solar Phys. **136** (1991), 151
- [30] Vršnak, B. et al.: *Kineamtics of Coronal Mass Ejections Between 2 and 30 Solar Radii*, A&A **423** (2004), 717
- [31] Vršnak, B.: *Eruptive Instability of Cylindrical Prominences*, Solar Phys. **129** (1990), 295
- [32] Vršnak, B.: *Forces Governing Coronal Mass Ejections*, Adv. Space Res. (in press)
- [33] Vršnak, B.: *Magnetic Structure of Solar Prominences*, Ann. Geophys. **10** (1992), 344
- [34] Vršnak, B.: *Prominence Eruptions*, ASP Conf. Series **150** (1998), 302
- [35] Zhang, J. et al.: *A Study of the Kinematics Evolution of Coronal Mass Ejections*, Astrophys. J. **604** (2004), 420

Dodatak A

Tablice

$r =$	<i>Središte torusa</i>	<i>Unutarnji rub torusa</i>	<i>Vanjski rub torusa</i>
	0	0.6	1.4
m	B_z	B_z	B_z
1	6.28318530717958	8.86302121530449	-2.52634857215616
2	5.96728575809700	7.76813568515771	-3.98146833728730
3	6.07666710344685	8.58144608877941	-3.65471146128686
4	6.08613686665815	8.29245621634175	-3.41196628256443
5	6.10318566418755	8.35894643260223	-3.24993766679929
6	6.12211142583643	8.54044700561419	-3.08910635353495
7	6.13456978919899	8.35672893061415	-2.99252415445707
8	6.14163441009575	8.61258285736944	-2.92304501754918
9	6.12613529690143	8.36551770338652	-3.39793900670423
10	6.13508209797282	8.53474215849214	-3.20985641854599
11	6.12838455474215	8.43424143906949	-3.17603070390355
12	6.13764308056361	8.46294475640754	-3.04149354063553
13	6.13625989893866	8.51624887385438	-2.99645728405196
14	6.14247608463144	8.43394338157962	-2.92191891941348
15	6.14258209624645	8.55266597880755	-2.88921922508531
16	6.13989383751627	8.43374106812456	-3.17226671828976
17	6.14145453501800	8.52249109589490	-3.07012171429968
18	6.14067780812035	8.46933786940905	-3.05114385544402

A. TABLICE

19	6.14274951301088	8.48051581640140	-2.96954707113832
20	6.14291972045005	8.51439656050257	-2.94029843529906
21	6.14510321298640	8.45852667641480	-2.88823485284591
22	6.14574615413826	8.53820047652203	-2.86458135714807
23	6.14406180510830	8.45733895032750	-3.06939862889398
24	6.14523305020539	8.52041989713260	-2.99886007789205
25	6.14447035343114	8.48068311146896	-2.98892249895373
26	6.14588542789630	8.49040274993133	-2.92771223336679
27	6.14568753630817	8.51262513606975	-2.90725829512744
28	6.14719255252118	8.47242612437112	-2.86622256949104
29	6.14734429004410	8.53076369941189	-2.84866740537648
30	6.14658961198194	8.47062456507550	-3.00876535111940
31	6.14709792795125	8.51885670447525	-2.95619814576616
32	6.14680161260434	8.48758898803025	-2.94944928821115
33	6.14736676451704	8.49522343882771	-2.90145715895837
34	6.14753501271484	8.51219720717588	-2.88469122986078
35	6.14838121306359	8.48050753884564	-2.85133491176876
36	6.14859836279822	8.52695126470310	-2.83687477058610
37	6.14800939273828	8.47848490053950	-2.96901793521825
38	6.14844067799715	8.51831567538743	-2.92713506272407
39	6.14815321200284	8.49166792553979	-2.92250095136141
40	6.14872526977432	8.49940051580710	-2.88201877049897
41	6.14855454014966	8.51142764160463	-2.86888871132037
42	6.14931793492721	8.48623171994760	-2.84019107089352
43	6.14940637793008	8.52428378026244	-2.82811321938148
44	6.14905688683966	8.48404996294156	-2.94054399506916
45	6.14930574945228	8.51779340020239	-2.90622651069806
46	6.14915284997368	8.49467169213142	-2.90263740196862
47	6.14951648813454	8.50189599792231	-2.86797922328293
48	6.14951193810721	8.51150559568356	-2.85637815671924
49	6.14995677534999	8.49022824140443	-2.83171258017517
50	6.15006424283813	8.52255480000601	-2.82114440376762
51	6.14976867226936	8.48796644652698	-2.91923277613830

A. TABLICE

52	6.14999046252667	8.51754730491449	-2.89025862904181
53	6.14984133754997	8.49676847151773	-2.88750577393356
54	6.15014860572489	8.50386376107952	-2.85702205352091
55	6.15011435408434	8.51127711280003	-2.84683863237382
56	6.15048499509107	8.49334957442875	-2.82490584671102
57	6.15054092334493	8.52119065646505	-2.81558333447865
58	6.15034015487076	8.49102594835055	-2.90253031937627
59	6.15048732454158	8.51728894441023	-2.87773802536230
60	6.15039448908204	8.49844988139183	-2.87548222305112
61	6.15061278854537	8.50531996504658	-2.84831356568127
62	6.15060678412807	8.51117001250299	-2.83910477465803
63	6.15088027205763	8.49573628306012	-2.81939820581785
64	6.15094413849254	8.52019672933665	-2.81095721500094
65	6.15072745597551	8.49326583573996	-2.88923878310902
66	6.15090187385142	8.51714059474175	-2.86756800620930
67	6.15081091671283	8.49973087931923	-2.86575568800338
68	6.15100227099456	8.50653155140436	-2.84115570505580
69	6.15098214149163	8.51103996071652	-2.83276557256160
70	6.15121866304392	8.49770589017670	-2.81478702759429
71	6.15125688651481	8.51936110330026	-2.80710358819997
72	6.15112674235913	8.49531769280933	-2.87806550208523
73	6.15122385549948	8.51698039412975	-2.85918102705626
74	6.15116161657394	8.50080961760839	-2.85767108711995
75	6.15127729914987	8.50740545900528	-2.83528170288168
76	6.15130166466485	8.51096880551101	-2.82742797443125
77	6.15145843167756	8.49921894345374	-2.81097238997458
78	6.15152886789531	8.51870756317360	-2.80380075552345
79	6.15141124988776	8.49689089029730	-2.86879767119326
80	6.15150161590875	8.51687399700498	-2.85209828844048
81	6.15144043317701	8.50167739890167	-2.85087746529516
82	6.15157094159330	8.50830654891072	-2.83016174183002
83	6.15155777268247	8.51088416270118	-2.82290518912949
84	6.15172170895796	8.50065694302608	-2.80757518000470

A. TABLICE

85	6.15174939429016	8.51813624434231	-2.80096968799955
86	6.15165823738343	8.49823708313246	-2.86087888166257
87	6.15172708178404	8.51675885633483	-2.84605853826278
88	6.15168249000567	8.50243201743058	-2.84505823805533
89	6.15176520007440	8.50892303520173	-2.82589202754192
90	6.15178174745855	8.51083268212871	-2.81899772486542
91	6.15189496778025	8.50174131139673	-2.80474062349215
92	6.15194509548932	8.51766758930985	-2.79849145785485
93	6.15184204639559	8.49931501592253	-2.85409563633762
94	6.15192611030177	8.51667367746900	-2.84081816527091
95	6.15188216762637	8.50306215349488	-2.84003764027954
96	6.15197683069167	8.50957238392397	-2.82208952260411
97	6.15196757365789	8.51077287562450	-2.81560899245726
98	6.15208785291034	8.50279544892607	-2.80217176731941
99	6.15209182142637	8.51720218823120	-2.79635861960520
100	6.15204141167225	8.50036094687502	-2.84806709904922
101	6.15209274735416	8.51658176113278	-2.83624073051991
102	6.15205924324515	8.50362270839155	-2.83564324614497
103	6.15213698333086	8.51007256626374	-2.81881213560002
104	6.15213324242930	8.51073367971130	-2.81262647386758
105	6.15221882242500	8.50361356256361	-2.79998391342379
106	6.15225630579598	8.51688995648357	-2.79439614409937
107	6.15219362323642	8.50121721897246	-2.84279588845882
108	6.15224234006880	8.51650814911510	-2.83218844731668
109	6.15220926214362	8.50410386737922	-2.83177754791274
110	6.15228104846124	8.51052014760727	-2.81591335306817
111	6.15227419823359	8.51068914176848	-2.80999549079456
112	6.15236619364763	8.50442210366400	-2.79797487497513
113	6.15238257962855	8.51656333505840	-2.79268426117506
114	6.15249225803543	8.50229997510498	-2.78324611886506
115	6.15237049325889	8.51642941549858	-2.82858339803062
116	6.15249831123216	8.50484273730308	-2.81083228096538
117	6.15240481248671	8.51090563913897	-2.81334314467196

A. TABLICE

118	6.15254846581949	8.51094933569334	-2.79756577351559
119	6.15248035874817	8.50509529946374	-2.79621322161555
120	6.15263780578834	8.51655777733578	-2.78422090405097
121	6.15258118876092	8.50290672040992	-2.78219863735052
122	6.15262080038628	8.51662931153981	-2.82016286678907
123	6.15259830463517	8.50519132280287	-2.80871885937861
124	6.15264537534651	8.51151012224728	-2.80695776067348
125	6.15264333911901	8.51088402338942	-2.79599790337551
126	6.15270715514406	8.50594895297581	-2.79129428293992
127	6.15272348329525	8.51626474776456	-2.78318750842338
128	6.15280221445906	8.50375304662759	-2.77841610910970
129	6.15270871586085	8.51653096200974	-2.81748867683735
130	6.15280263465338	8.50573819803289	-2.80443716473135
131	6.15273107308666	8.51178996902688	-2.80508209568827
132	6.15283849658602	8.51104955154011	-2.79253013073473
133	6.15278684915989	8.50646800893790	-2.79001507587735
134	6.15290626513223	8.51621377465120	-2.78045108178675
135	6.15287270013117	8.50425100939726	-2.77765562985535
136	6.15288904213089	8.51664472681300	-2.81346801160276
137	6.15287355024640	8.50600518822659	-2.80280948349412
138	6.15290540301280	8.51223948407174	-2.80197316481846
139	6.15289773986022	8.51095709918492	-2.79135307239170
140	6.15295216567870	8.50712912067528	-2.78758590698372
141	6.15296794131794	8.51595393957731	-2.77966831908634
142	6.15302644350404	8.50488818632654	-2.77581491540309
143	6.15295282015950	8.51654062470618	-2.81130079737262
144	6.15302413804007	8.50642683336396	-2.80028851303763
145	6.15296801661705	8.51245101652949	-2.80048676480315
146	6.15305088734147	8.51108926934628	-2.78930486813781
147	6.15300313744105	8.50752316209741	-2.78659035306875
148	6.15310406782398	8.51588048916488	-2.77808689415356
149	6.15307120207539	8.50527049683156	-2.77523179781420
150	6.15308773467621	8.51660100077332	-2.80851290100522

A. TABLICE

151	6.15307699104810	8.50664061395318	-2.79896513841947
152	6.15309905653483	8.51279579352745	-2.79840036620659
153	6.15310174230720	8.51102301737179	-2.78834739432401
154	6.15313564947006	8.50807187475404	-2.78497468666078
155	6.15315062359261	8.51565027829263	-2.77745927460434
156	6.15319533126422	8.50580444870142	-2.77403795098160
157	6.15313612433634	8.51649708316331	-2.80669392376882
158	6.15319174771104	8.50697676114461	-2.79716539548601
159	6.15314682094626	8.51296060055796	-2.79718362436757
160	6.15321238999289	8.51109696508171	-2.78692934240471
161	6.15318063369752	8.50841303450880	-2.78414900258848
162	6.15325525919808	8.51556633829130	-2.77637540385264
163	6.15323565139651	8.50613954322176	-2.77355225300992
164	6.15324020089268	8.51652289066705	-2.80453154673348
165	6.15323274471526	8.50715416846220	-2.79605741253834
166	6.15324829167484	8.51323146812320	-2.79562333648253
167	6.15324611551048	8.51102051752204	-2.78615415114129
168	6.15327770073191	8.50884491720976	-2.78297373460908
169	6.15329177008240	8.51535947672404	-2.77585830898314
170	6.15332673954389	8.50656363872804	-2.77270909169380
171	6.15327826863283	8.51642161441627	-2.80296883416465
172	6.15332262342799	8.50742968149266	-2.79466114308146
173	6.15328602173863	8.51336275212651	-2.79460679407837
174	6.15333900157328	8.51108812489864	-2.78507124702301
175	6.15331341413720	8.50913176068012	-2.78228626214367
176	6.15337431689680	8.51527374178646	-2.77505222012091
177	6.15335895121265	8.50684886694775	-2.77230191985465
178	6.15336060767924	8.51642419910090	-2.80119592138514
179	6.15335546881993	8.50758118784531	-2.79371344543170
180	6.15336654875733	8.51357954432262	-2.79337434358558
181	6.15337089536983	8.51103443089356	-2.78441391377165
182	6.15339070429285	8.50949226178272	-2.78137318721952
183	6.15340384825168	8.51509082348056	-2.77461916264380

A. TABLICE

184	6.15343174164207	8.50720649342333	-2.77165950159656
185	6.15339144832105	8.51632639583575	-2.79982897137447
186	6.15342748361381	8.50781238668987	-2.79257683950956
187	6.15339720986775	8.51368574459177	-2.79251189598589
188	6.15344078063493	8.51107146706879	-2.78356778331780
189	6.15341985392354	8.50973784066948	-2.78079333567783
190	6.15347039665632	8.51500257502213	-2.77398990501613
191	6.15345819011717	8.50745372551568	-2.77131507567633
192	6.15345797965091	8.51631290072708	-2.79832458075705
193	6.15345449911907	8.50794486454243	-2.79175172115462
194	6.15346244502447	8.51386173899368	-2.79150492262402
195	6.15346710118168	8.51102448968038	-2.78301307271405
196	6.15348264630304	8.51004388391448	-2.78005935966214
197	6.15349488921231	8.51483826685334	-2.77362396159797
198	6.15351751364446	8.50776058009978	-2.77080636054720
199	6.15348357182696	8.51621872982409	-2.79711119134643
200	6.15351331803412	8.50814280430276	-2.79079558186218
$\overline{B}_z =$	6.15348	8.512	-2.78
$M_{B_z} =$	0.00002	0.004	0.01

Tablica A.1: Ovisnost B_z o m za središte, unutarnji i vanjski rub torusa ($R_{\text{uk}} = 1$, $\Delta R = 0.8$, $I_{\text{uk}} = 1$).

A. TABLICE

$\Delta R =$	0.001	0.01	0.1	0.2	0.5	0.6	0.8	0.9	1.4	1.8
m	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z
1	6.28318531	6.28318531	6.28318531	6.28318531	6.28318531	6.28318531	6.28318531	6.28318531	6.28318531	6.28318531
2	6.28283569	6.27969169	6.24841167	6.21358528	6.10226597	6.06073088	5.96728576	5.91421223	5.5689685	5.17062340
3	6.28299560	6.28128184	6.26348882	6.24223666	6.16798498	6.13945681	6.07666710	6.04263794	5.86307226	5.76812551
4	6.28303821	6.28170439	6.26737027	6.24925306	6.18003111	6.15163565	6.08613687	6.04874343	5.80541465	5.49841619
5	6.28309001	6.28221975	6.27171768	6.25725421	6.19935480	6.17344401	6.10318566	6.06537809	5.83696167	5.50414620
6	6.28311404	6.28245863	6.27451522	6.26269767	6.20779896	6.18278081	6.12211143	6.08622097	5.84506941	5.59345894
7	6.28313938	6.28271082	6.27691438	6.26723325	6.21729501	6.19347867	6.13456979	6.0924167	5.85637991	5.52942431
8	6.28315389	6.28285522	6.27828646	6.26982412	6.22270226	6.19956321	6.14163441	6.10660987	5.86373874	5.59267806
9	6.28312686	6.28258610	6.27571047	6.26490617	6.21187739	6.18706699	6.12613530	6.08975016	5.84080125	5.52435752
10	6.28314375	6.28275420	6.27731616	6.26795880	6.21842883	6.19453186	6.13508210	6.0927221	5.85158998	5.55603464
11	6.28313549	6.28267688	6.27649467	6.26632143	6.21432609	6.19054016	6.12838455	6.09361213	5.84324540	5.53581946
12	6.28315007	6.28281696	6.27790480	6.26905295	6.22058040	6.19689086	6.13764308	6.10182612	5.85287042	5.54588599
13	6.28314848	6.28280381	6.27776743	6.26876639	6.21978664	6.20102848	6.13625990	6.10022682	5.84677048	5.54420863
14	6.28315996	6.28291540	6.27883830	6.27081293	6.22425210	6.20076780	6.14247608	6.10692670	5.85791389	5.54783157
15	6.28316102	6.28292582	6.27892971	6.27096923	6.22446849	6.19899219	6.14258210	6.10404440	5.85731838	5.54978346
16	6.28315568	6.28287273	6.27842969	6.27003115	6.22550329	6.19899219	6.13989384	6.10566452	5.85367526	5.54299367
17	6.28315915	6.28290723	6.27875354	6.27063509	6.22372454	6.20035474	6.14145454	6.10566452	5.85520997	5.54538013
18	6.28315761	6.28289197	6.27861007	6.27036631	6.22316183	6.19971415	6.14067781	6.10482659	5.85407818	5.54323526
19	6.28316182	6.28293379	6.27900604	6.27111204	6.22471942	6.20147330	6.14274951	6.10701217	5.85643274	5.54526224
20	6.28316212	6.28293682	6.27903563	6.27116938	6.22484648	6.20161814	6.14291972	6.10718917	5.85656131	5.54534761
21	6.28316639	6.28297926	6.27943905	6.27193254	6.22646268	6.20345252	6.14510321	6.10950635	5.85916309	5.54737327
22	6.28316759	6.28299121	6.27955333	6.27215002	6.22693150	6.20398753	6.14574615	6.11019126	5.85993107	5.54825537
23	6.28316454	6.28296092	6.27926473	6.27160164	6.22574001	6.20261782	6.14406181	6.10836735	5.85753746	5.54527984
24	6.28316672	6.28298262	6.27947187	6.27199546	6.22658878	6.20358758	6.14523305	6.10962023	5.85901483	5.54678986
25	6.28316539	6.28296977	6.27934854	6.27175933	6.22606338	6.20281675	6.14447035	6.10843470	5.85785571	5.54380976
26	6.28316805	6.28299580	6.27959722	6.27223246	6.22708546	6.20414735	6.14588543	6.11030227	5.85966798	5.54707459
27	6.28316781	6.28299339	6.27957330	6.27218478	6.22696545	6.20400224	6.14568754	6.11007632	5.85927455	5.54648850
28	6.28317057	6.28302090	6.27983629	6.27268557	6.22804985	6.20524337	6.14719255	6.11169012	5.86121708	5.54838904

A. TABLICE

29	6.28317096	6.28302482	6.27987271	6.27275267	6.22817890	6.20526728	6.14734429	6.11184138	5.86067076	5.54834324
30	6.28316949	6.28301014	6.27973404	6.27249167	6.22762830	6.20475753	6.14658961	6.11103282	5.86030071	5.54721513
31	6.28317053	6.28302047	6.27983177	6.27267555	6.22801140	6.20518986	6.14709793	6.11156858	5.86087393	5.54768828
32	6.28316994	6.28301468	6.27977717	6.27257296	6.22779567	6.20494436	6.14680161	6.11125037	5.86046702	5.54720089
33	6.28317134	6.28302876	6.27990702	6.27281354	6.22832993	6.20555080	6.14736676	6.11201781	5.86133730	5.54799368
34	6.28317137	6.28302885	6.27991194	6.27282819	6.22833777	6.20556007	6.14753501	6.11202858	5.86133240	5.54793750
35	6.28317299	6.28304500	6.28006563	6.27311933	6.22895814	6.20626614	6.14838121	6.11293032	5.86237847	5.54892600
36	6.28317339	6.28304898	6.28010376	6.27319201	6.22911554	6.20644608	6.14859836	6.11316225	5.86264508	5.54915920
37	6.28317230	6.28303820	6.28000121	6.27299749	6.22869559	6.20596451	6.14800939	6.11252642	5.86143766	5.54823171
38	6.28317311	6.28304617	6.28007731	6.27314219	6.22900766	6.20632120	6.14844068	6.11298813	5.86237573	5.54876245
39	6.28317260	6.28304112	6.28002904	6.27305026	6.22880632	6.20608904	6.14815321	6.11267563	5.86195526	5.54825834
40	6.28317366	6.28305167	6.28012978	6.27324180	6.22921959	6.20656158	6.14872527	6.11328860	5.86269118	5.54898678
41	6.28317356	6.28305060	6.28011803	6.27321589	6.22917569	6.20650929	6.14855454	6.11308221	5.86256001	5.54823887
42	6.28317479	6.28306287	6.28023659	6.27344452	6.22965338	6.20705572	6.14931793	6.11392005	5.86341660	5.54964858
43	6.28317498	6.28306475	6.28025500	6.27347892	6.22972313	6.20713344	6.14940638	6.11401133	5.86349640	5.54967909
44	6.28317430	6.28305808	6.28019113	6.27335857	6.22946849	6.20684349	6.14905689	6.11363687	5.86303375	5.54917446
45	6.28317479	6.28306298	6.28023763	6.27344635	6.22962001	6.20705313	6.14930575	6.11390061	5.86332758	5.54943264
46	6.28317450	6.28306000	6.28020954	6.27339353	6.22954212	6.20692639	6.14915285	6.11373655	5.86312062	5.54919542
47	6.28317520	6.28306698	6.28027590	6.27351912	6.22980918	6.20723015	6.14951649	6.11412385	5.86356868	5.54961840
48	6.28317518	6.28306683	6.28027460	6.27351693	6.22980568	6.20722637	6.14951194	6.11411868	5.86355533	5.54958396
49	6.28317603	6.28307526	6.28035480	6.27366896	6.23013049	6.20759649	6.14995678	6.11459353	5.86411344	5.55012522
50	6.28317623	6.28307722	6.28037358	6.27370478	6.23020821	6.20768540	6.15006424	6.11470843	5.86424680	5.55024471
51	6.28317568	6.28307176	6.28032168	6.27360641	6.22999656	6.20744300	6.14976867	6.11438987	5.86384127	5.54979270
52	6.28317609	6.28307585	6.28036078	6.27368076	6.23015694	6.20762636	6.14999046	6.11462738	5.86412469	5.55006927
53	6.28317582	6.28307317	6.28033524	6.27363225	6.23005156	6.20750519	6.14984134	6.11446579	5.86391130	5.54981926
54	6.28317639	6.28307885	6.28038940	6.27373520	6.23027357	6.20775901	6.15014861	6.11479506	5.86430735	5.55021395
55	6.28317634	6.28307833	6.28038440	6.27372556	6.23025133	6.20773278	6.15011435	6.11475668	5.86424523	5.55012325
56	6.28317703	6.28308516	6.28044962	6.27384956	6.23051888	6.20803875	6.15048500	6.11515404	5.86472515	5.55060608
57	6.28317714	6.28308632	6.28046062	6.27387025	6.23056174	6.20808692	6.15054092	6.11514695	5.86478223	5.55035549
58	6.28317675	6.28308246	6.28042404	6.27380128	6.23041558	6.20792043	6.15034015	6.11499734	5.86451696	5.55035422
59	6.28317704	6.28308527	6.28045114	6.27385252	6.23052420	6.20804380	6.15048732	6.11515374	5.86469472	5.55051637

A. TABLICE

60	6.28317686	6.28308351	6.28043412	6.27382049	6.23045660	6.20796684	6.15039449	6.11505416	5.86456984	5.55037565
61	6.28317728	6.28308766	6.28047366	6.27389539	6.23059842	6.20812317	6.15061279	6.11528701	5.86484207	5.55063745
62	6.28317726	6.28308751	6.28047228	6.27389294	6.23061181	6.20814371	6.15060678	6.11528044	5.86483043	5.55061478
63	6.28317778	6.28309267	6.28052139	6.27398606	6.23081106	6.20837090	6.15088027	6.11557265	5.86517629	5.55095444
64	6.28317790	6.28309383	6.28053252	6.27400730	6.23085719	6.20842370	6.15094414	6.11564096	5.86525599	5.55102711
65	6.28317756	6.28309054	6.28050048	6.27394536	6.23073014	6.20825584	6.15072746	6.11545045	5.86501514	5.55076127
66	6.28317782	6.28309303	6.28052501	6.27399326	6.23082751	6.20838963	6.15090187	6.11559471	5.86518762	5.55093066
67	6.28317765	6.28309137	6.28050925	6.27396336	6.23076288	6.20831545	6.15081092	6.11549635	5.86505929	5.55078252
68	6.28317800	6.28309491	6.28054300	6.27402750	6.23090115	6.20847352	6.15100227	6.11570141	5.86530620	5.55102959
69	6.28317797	6.28309458	6.28053991	6.27402160	6.23088782	6.20845791	6.15098214	6.11563438	5.86527079	5.55078374
70	6.28317841	6.28309895	6.28058158	6.27410081	6.23105862	6.20865320	6.15121866	6.11593254	5.86557720	5.55128795
71	6.28317849	6.28309972	6.28058888	6.27411458	6.23108748	6.20868578	6.15125689	6.11597272	5.86561855	5.55131757
72	6.28317824	6.28309722	6.28056521	6.27406993	6.23099278	6.20857789	6.15112674	6.11583326	5.86544677	5.5513264
73	6.28317842	6.28309908	6.28058293	6.27410348	6.23106414	6.20865905	6.15122386	6.11593664	5.86556567	5.55124344
74	6.28317830	6.28309788	6.28057153	6.27408202	6.23101883	6.20860746	6.15116162	6.11586990	5.86548224	5.55115035
75	6.28317858	6.28310063	6.28059717	6.27412967	6.23112499	6.20872843	6.15127730	6.11602515	5.86557078	5.55132801
76	6.28317857	6.28310050	6.28059658	6.27412961	6.23112096	6.20872393	6.15130166	6.11601932	5.86565564	5.55131205
77	6.28317892	6.28310398	6.28062916	6.27419051	6.23124441	6.20887742	6.15145843	6.11621704	5.86589068	5.55154465
78	6.28317899	6.28310475	6.28063706	6.27420647	6.23128602	6.20891234	6.15152887	6.11626226	5.86594361	5.55159345
79	6.28317877	6.28310255	6.28061622	6.27416702	6.23120143	6.20881558	6.15141125	6.11613571	5.86578439	5.55141890
80	6.28317894	6.28310422	6.28063214	6.27419728	6.23126674	6.20889026	6.15150162	6.11623251	5.86590027	5.55153319
81	6.28317883	6.28310310	6.28062145	6.27417703	6.23122310	6.20884023	6.15144043	6.11616644	5.86581479	5.55143555
82	6.28317907	6.28310551	6.28064448	6.27422079	6.23131741	6.20894804	6.15157094	6.11630630	5.86598330	5.55160462
83	6.28317905	6.28310529	6.28064238	6.27421680	6.23129901	6.20893773	6.15155777	6.11626096	5.86588385	5.55143785
84	6.28317935	6.28310832	6.28067129	6.27427174	6.23142697	6.20907311	6.15172171	6.11646743	5.86617313	5.55178741
85	6.28317941	6.28310887	6.28067648	6.27428155	6.23144768	6.20909656	6.15174939	6.11649665	5.86620412	5.55181135
86	6.28317923	6.28310712	6.28065992	6.27425031	6.23138138	6.20902100	6.15165824	6.11639896	5.86608388	5.55168231
87	6.28317936	6.28310843	6.28067241	6.27427397	6.23143182	6.20907842	6.15172708	6.11647233	5.86616892	5.55176267
88	6.28317928	6.28310757	6.28066425	6.27425861	6.23139936	6.20904146	6.15168249	6.11642451	5.86610928	5.55169656
89	6.28317947	6.28310952	6.28068250	6.27429254	6.23147499	6.20912768	6.15176520	6.11653536	5.86624028	5.55182491
90	6.28317946	6.28310942	6.28068194	6.27429222	6.23147162	6.20912391	6.15178175	6.11653049	5.86623290	5.55181309

A. TABLICE

91	6.28317971	6.28311191	6.28070540	6.27433609	6.23156854	6.20923450	6.15189497	6.11664757	5.86640293	5.55187016
92	6.28317977	6.28311247	6.28071100	6.27434740	6.23159019	6.20925928	6.15194510	6.11670521	5.86644061	5.55201723
93	6.28317961	6.28311090	6.28069575	6.27431794	6.23152227	6.20919030	6.15184205	6.11661512	5.86626648	5.55189401
94	6.28317973	6.28311210	6.28070753	6.27434094	6.23157668	6.20924384	6.15192611	6.11668453	5.86641081	5.55197628
95	6.28317965	6.28311128	6.28069981	6.27432632	6.23154525	6.20920784	6.15188217	6.11663713	5.86634986	5.55190720
96	6.28317982	6.28311303	6.28071651	6.27435806	6.23161366	6.20928604	6.15197683	6.11673857	5.86647215	5.55203013
97	6.28317981	6.28311287	6.28071500	6.27435519	6.23160737	6.20927874	6.15196757	6.11672835	5.86645655	5.55200829
98	6.28318003	6.28311510	6.28073622	6.27439552	6.23169426	6.20937808	6.15208785	6.11685728	5.86661246	5.55216617
99	6.28318007	6.28311550	6.28073978	6.27440172	6.23170983	6.20938618	6.15209182	6.11687944	5.86658248	5.55218555
100	6.28317994	6.28311421	6.28072787	6.27437978	6.23166083	6.20933989	6.15204141	6.11680722	5.86654758	5.55209042
101	6.28318004	6.28311519	6.28073714	6.27439736	6.23169836	6.20938265	6.15209275	6.11684128	5.86661140	5.55206033
102	6.28317998	6.28311454	6.28073101	6.27438582	6.23167398	6.20935488	6.15205924	6.11682605	5.86656666	5.55210194
103	6.28318012	6.28311600	6.28074495	6.27441226	6.23173057	6.20941943	6.15213698	6.11690913	5.86666517	5.55219896
104	6.28318011	6.28311592	6.28074417	6.27441083	6.23172778	6.20941629	6.15213324	6.11690510	5.86673994	5.55218986
105	6.28318030	6.28311781	6.28076186	6.27444392	6.23180090	6.20949974	6.15221882	6.11701278	5.86677394	5.55231833
106	6.28318034	6.28311821	6.28076603	6.27445236	6.23181705	6.20951824	6.15225631	6.11703676	5.86681607	5.55234467
107	6.28318023	6.28311704	6.28075488	6.27443125	6.23177187	6.20946659	6.15219362	6.11696939	5.86673181	5.55225310
108	6.28318032	6.28311793	6.28076346	6.27444756	6.23180707	6.20950684	6.15224234	6.11702158	5.86679438	5.55231514
109	6.28318026	6.28311731	6.28075762	6.27443651	6.23178336	6.20947970	6.15220926	6.11698592	5.86670425	5.55226374
110	6.28318039	6.28311865	6.28077029	6.27446059	6.23183524	6.20953901	6.15228105	6.11706285	5.86684152	5.55235713
111	6.28318038	6.28311853	6.28076914	6.27445843	6.23183054	6.20953357	6.15227420	6.11705531	5.86678726	5.55234137
112	6.28318055	6.28312023	6.28078539	6.27448928	6.23189701	6.20960956	6.15236619	6.11715392	5.86694943	5.55246227
113	6.28318058	6.28312054	6.28078839	6.27449498	6.23190914	6.20962333	6.15238258	6.11717128	5.86696847	5.55247815
114	6.28318078	6.28312257	6.28080774	6.27453175	6.23198836	6.20971390	6.15249226	6.11728887	5.86711095	5.55262317
115	6.28318055	6.28312030	6.28078614	6.27449080	6.23190047	6.20961345	6.15237049	6.11714221	5.86690984	5.55238267
116	6.28318079	6.28312267	6.28080869	6.27453363	6.23199276	6.20971897	6.15249831	6.11729521	5.86711611	5.55262259
117	6.28318062	6.28312093	6.28079219	6.27450233	6.23192067	6.20964195	6.15240481	6.11717937	5.86695315	5.55242268
118	6.28318088	6.28312359	6.28081750	6.27455043	6.23202911	6.20976051	6.15254847	6.11734883	5.86717890	5.55268187
119	6.28318076	6.28312234	6.28080557	6.27452778	6.23198021	6.20970453	6.15248036	6.11727558	5.86708764	5.55258412
120	6.28318105	6.28312524	6.28083329	6.27458045	6.23209380	6.20983444	6.15263781	6.11744445	5.86729296	5.55279441
121	6.28318097	6.28312442	6.28082525	6.27456479	6.23206146	6.20979734	6.15258119	6.11739566	5.86723148	5.55272761

A. TABLICE

122	6.28318102	6.28312490	6.28083012	6.27457454	6.23208148	6.20982041	6.15262080	6.11742611	5.86726841	5.55276379
123	6.28318098	6.28312451	6.28082636	6.27456734	6.23206136	6.20980217	6.15259830	6.11738782	5.86720179	5.55266662
124	6.28318106	6.28312535	6.28083439	6.27458270	6.23209929	6.20984079	6.15264538	6.11745232	5.86729814	5.55278954
125	6.28318106	6.28312534	6.28083427	6.27458242	6.23209827	6.20983946	6.15264334	6.11744989	5.86725940	5.55278151
126	6.28318118	6.28312649	6.28084529	6.27460343	6.23214403	6.20989192	6.15270716	6.11751842	5.86737652	5.55286578
127	6.28318121	6.28312682	6.28084843	6.27460934	6.23215629	6.20990576	6.15272348	6.11753569	5.86736289	5.55288277
128	6.28318135	6.28312825	6.28086210	6.27463538	6.23221284	6.20997055	6.15280221	6.11762021	5.86749845	5.55298727
129	6.28318118	6.28312653	6.28084567	6.27460418	6.23214557	6.20989358	6.15270872	6.11751976	5.86737435	5.55285624
130	6.28318135	6.28312824	6.28086203	6.27463534	6.23221310	6.20997091	6.15280263	6.11762057	5.86749704	5.55298135
131	6.28318122	6.28312693	6.28084954	6.27461160	6.23216176	6.20991210	6.15273107	6.11754362	5.86740153	5.55288000
132	6.28318142	6.28312889	6.28086829	6.27464729	6.23223904	6.21000058	6.15283850	6.11765892	5.86754191	5.55302346
133	6.28318132	6.28312796	6.28085937	6.27463031	6.23220215	6.20995825	6.15278685	6.11760331	5.86747238	5.55294909
134	6.28318154	6.28313014	6.28088023	6.27467001	6.23228807	6.21005662	6.15290627	6.11773148	5.86762850	5.55310888
135	6.28318148	6.28312955	6.28087455	6.27465915	6.23226428	6.21002926	6.15287270	6.11768371	5.86758259	5.55300815
136	6.28318151	6.28312980	6.28087703	6.27466402	6.23227556	6.21004238	6.15288904	6.11771294	5.86760428	5.55307983
137	6.28318148	6.28312955	6.28087457	6.27465927	6.23226485	6.21002996	6.15287355	6.11769608	5.86758201	5.55305455
138	6.28318154	6.28313009	6.28087983	6.27466940	6.23228738	6.21005593	6.15290540	6.11773039	5.86762390	5.55309626
139	6.28318154	6.28313014	6.28088013	6.27466961	6.23228853	6.21005705	6.15289774	6.11772023	5.86762309	5.55304527
140	6.28318162	6.28313095	6.28088805	6.27468506	6.23232122	6.21009461	6.15295217	6.11778044	5.86768324	5.55315391
141	6.28318166	6.28313128	6.28089114	6.27469083	6.23233311	6.21010801	6.15296794	6.11779711	5.86770192	5.55317118
142	6.28318176	6.28313232	6.28090117	6.27470999	6.23237496	6.21015603	6.15302644	6.11785998	5.86777857	5.55324891
143	6.28318163	6.28313098	6.28088832	6.27468556	6.23232211	6.21009096	6.15295282	6.11778084	5.86768068	5.55314570
144	6.28318176	6.28313226	6.28090063	6.27470904	6.23237324	6.21015412	6.15302414	6.11785745	5.86777406	5.55324077
145	6.28318165	6.28313125	6.28089092	6.27469055	6.23233308	6.21010366	6.15296802	6.11779706	5.86769900	5.55316125
146	6.28318180	6.28313275	6.28090529	6.27471793	6.23239256	6.21017624	6.15305089	6.11788606	5.86780749	5.55327197
147	6.28318173	6.28313203	6.28089831	6.27470437	6.23236402	6.21014345	6.15300314	6.11784284	5.86775335	5.55321418
148	6.28318190	6.28313373	6.28091465	6.27473574	6.23243102	6.21022020	6.15310407	6.11794300	5.86787546	5.55333901
149	6.28318186	6.28313329	6.28091029	6.27472716	6.23241311	6.21019956	6.15307120	6.11791552	5.86784050	5.55330113
150	6.28318187	6.28313341	6.28091162	6.27473007	6.23241915	6.21020669	6.15308773	6.11792544	5.86785280	5.55331241

Tablica A.2: $B_z(\Delta R)$ za središte torusa, $R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$.

A. TABLICE

$\Delta R = m$	0.001	0.01	0.1	0.2	0.5	0.6	0.8	0.9	1.4	1.8
	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z
1	4009.68366283	407.40238738	45.23986249	24.66730638	12.05460213	10.63263636	8.86302122	8.28239993	6.74652072	6.33075532
2	3424.32103713	348.05089975	39.13773943	21.47776367	10.57714087	9.33241196	7.76813569	7.24578402	5.77172235	5.17886021
3	4015.34488115	407.78412484	45.08603845	25.47553283	11.81553657	10.38000385	8.58144609	7.98486657	6.34701538	5.83157614
4	3826.96072741	388.91371733	43.16603590	23.49584617	11.39485039	10.13919211	8.29245622	7.71766532	6.11301566	5.50768464
5	3898.28538772	396.04466116	43.81015988	23.81116153	11.53807247	10.13912717	8.35894643	7.77424707	6.16618396	5.51449384
6	4018.17716965	408.03742531	45.08156182	24.45623363	11.78401681	10.34550503	8.5404701	7.93987361	6.26515629	5.65926079
7	3882.08168543	394.41933546	43.71111469	23.76598511	11.50066370	10.10691071	8.35672893	7.77388474	6.14112045	5.50807487
8	4075.76042279	413.79451622	45.65646556	24.74355812	11.89916744	10.44162799	8.61258286	8.00395680	6.30459429	5.68349212
9	3895.08311372	395.71488601	43.83580984	23.82537501	11.52018802	10.12179125	8.36551770	7.78049898	6.14045347	5.50722489
10	4022.80403060	408.49201165	45.11897954	24.47039838	11.78346297	10.34302062	8.53474216	7.93269839	6.24801528	5.61697499
11	3951.43164136	401.40989378	44.39758506	24.10544434	11.63124154	10.21832002	8.43424144	7.84585774	6.18472332	5.55068241
12	3968.94994976	403.10382668	44.57733390	24.19791925	11.67206726	10.24933604	8.46294476	7.80800887	6.20105503	5.56552585
13	4011.52142695	407.35960728	45.00289440	24.41069351	11.75720153	10.32032553	8.51624887	7.91545417	6.22858777	5.59523405
14	3946.16285953	400.82459074	44.34896730	24.08353425	11.62609069	10.21095639	8.43394338	7.84208549	6.18295223	5.54585421
15	4038.91845333	410.10161752	45.27822712	24.54913493	11.81381388	10.36644576	8.52666598	7.94818046	6.25480200	5.61429377
16	3947.61646972	400.96875222	44.36209942	24.08931324	11.62725518	10.21154903	8.43374107	7.84157867	6.18125495	5.54363814
17	4016.64722081	407.87311413	45.05392561	24.43610107	11.76731060	10.32873347	8.52249110	7.92094019	6.23505659	5.59396898
18	3975.65805456	403.77311653	44.64278144	24.22982320	11.68375261	10.25873907	8.46933787	7.87333476	6.20240088	5.56296531
19	3983.97407840	404.60508631	44.72640610	24.27192553	11.70104258	10.27329947	8.48051582	7.88339846	6.20937188	5.56906558
20	4010.60791571	407.26876429	44.99308943	24.40546602	11.75477128	10.31818714	8.51439656	7.91363681	6.22959575	5.58743679
21	3966.33115264	402.84074134	44.54996456	24.18373113	11.66582947	10.24397222	8.45852668	7.86383841	6.19638773	5.55665820
22	4028.71488818	409.08001541	45.17485199	24.49677040	11.79195962	10.34940476	8.53820048	7.93499283	6.24415326	5.60002007
23	3966.02446339	402.80959651	44.54633981	24.18160364	11.66452156	10.24273156	8.45733895	7.8625273	6.19507563	5.5517176
24	4015.25828881	407.73379120	45.03963457	24.42880029	11.76424061	10.32612533	8.52041990	7.91901648	6.23297036	5.58928573
25	3984.38480337	404.65086183	44.73062650	24.27385452	11.70159951	10.27297134	8.48068311	7.88266646	6.20887671	5.56584388
26	3991.66560061	405.37419316	44.80334421	24.31046310	11.71662971	10.28635171	8.49040275	7.89222598	6.21500265	5.57284450
27	4009.34357739	407.14204658	44.98018834	24.39892306	11.75207437	10.31591372	8.51262514	7.91201109	6.22798799	5.58417600
28	3977.23421983	403.93104502	44.65904526	24.23834075	11.68783156	10.26236740	8.47242612	7.87624298	6.20451611	5.56337907
29	4023.24223954	408.53228613	45.11963603	24.46892588	11.78050920	10.33931742	8.53076370	7.92826449	6.23824379	5.59367054
30	3976.16143266	403.82349665	44.64800664	24.23263813	11.68528942	10.26016260	8.47062457	7.87456661	6.20311630	5.56196384
31	4014.09735305	407.61751687	45.02786245	24.42285927	11.76181939	10.32409303	8.51885670	7.91759569	6.23169441	5.58694724
32	3989.58180718	405.16561543	44.78230459	24.29985239	11.71227608	10.28268873	8.48758899	7.88968525	6.21307953	5.57058074
33	3995.73653655	405.78287674	44.84376579	24.33055023	11.72490814	10.29328240	8.49522344	7.89690890	6.21798049	5.57482564
34	4008.86160400	407.09385003	44.97540846	24.39658510	11.75125117	10.31526616	8.51219721	7.91165235	6.22768806	5.58318394
35	3983.58640361	404.56625155	44.72259035	24.27014945	11.70063885	10.27307189	8.48050754	7.88345113	6.20921224	5.56716964
36	3950.21056987	408.23294752	45.08960707	24.45387432	11.77445956	10.33470664	8.52695126	7.92485576	6.23657156	5.59076962
37	3982.17189896	404.42717771	44.70850277	24.26299437	11.69761439	10.27049776	8.47848490	7.88160651	6.20732578	5.56585566
38	3950.71004463	407.56483038	45.02261748	24.42026966	11.76085901	10.32331888	8.51831568	7.91712884	6.23133445	5.58608218
39	3992.63852277	405.47136032	44.81298623	24.31527927	11.71859895	10.28801073	8.49166793	7.89335180	6.21554044	5.57243115

A. TABLICE

40	3998.57894385	406.06555819	44.87258006	24.34518889	11.73073584	10.29818383	8.49940052	7.90027795	6.22023232	5.57648278
41	3953.04112294	407.04454405	44.97032704	24.39397271	11.75093714	10.31454498	8.51142764	7.91093731	6.22736883	5.58194020
42	3988.00517526	405.00819091	44.76686429	24.29234990	11.70963485	10.28060979	8.48623172	7.88857404	6.21262798	5.56997669
43	3959.48059741	408.02220257	45.06844033	24.44327374	11.77021046	10.33116317	8.52428378	7.92247495	6.23490336	5.58888555
44	3986.42175648	404.84973121	44.75089186	24.28428593	11.70629424	10.27777896	8.48404996	7.88660146	6.21121318	5.56869040
45	3959.69913671	407.51700098	45.01784898	24.41790884	11.75977954	10.32259002	8.51779340	7.91667356	6.23100361	5.58546318
46	3955.49369205	405.69229108	44.83519259	24.32646567	11.72321453	10.29190596	8.49467169	7.89606161	6.21740999	5.57390783
47	3957.92397077	406.25436998	44.89151469	24.35470019	11.73462012	10.30144934	8.50189600	7.90251755	6.22171926	5.57756247
48	3961.04365671	407.01825793	44.96793405	24.39292991	11.74994458	10.31423119	8.51150560	7.91107292	6.22731181	5.58225079
49	3959.53511106	405.31773626	44.79786853	24.30789364	11.71592593	10.28587868	8.49022824	7.89214824	6.21499726	5.57189484
50	4016.71318679	407.87919011	45.05418922	24.43016312	11.76740100	10.32883410	8.52255480	7.92094438	6.23388580	5.58777592
51	3989.40935176	405.14855583	44.78085820	24.29933107	11.71241711	10.28926693	8.48796645	7.89011330	6.21358002	5.57064240
52	4012.80841704	407.48863823	45.01505523	24.41654773	11.75948462	10.32221338	8.51754730	7.91647099	6.23089318	5.58518499
53	3962.47649973	405.84731351	44.85076742	24.33430824	11.72644429	10.29462969	8.49676847	7.89795132	6.21870461	5.57491962
54	4001.92847134	406.40057941	44.90619810	24.36208927	11.73765817	10.30400917	8.50386376	7.90428963	6.22292724	5.57848390
55	4007.84279270	406.99203130	44.96535105	24.39167187	11.74950097	10.31388216	8.51127711	7.91088473	6.22721297	5.58203052
56	3965.61031860	405.55697418	44.82185109	24.31992874	11.72081539	10.28997992	8.49334957	7.89494523	6.21687657	5.57343494
57	3971.36810903	407.76688872	45.04296600	24.43056299	11.76518645	10.32690758	8.52119066	7.91959500	6.23308616	5.58664473
58	3947.93817932	405.38026738	44.80410858	24.31101292	11.71718364	10.28693175	8.49102595	7.89286062	6.21544978	5.57219788
59	3971.46696438	407.46191849	45.01240979	24.41525056	11.75901148	10.32183497	8.51728894	7.91625252	6.23076441	5.58494591
60	3997.62435493	405.97014257	44.86312139	24.34053601	11.72902012	10.29680540	8.49844988	7.89947012	6.21976316	5.57577166
61	3969.70554775	406.50924226	44.96371633	24.36757680	11.73980341	10.30579493	8.50531997	7.90560002	6.22381480	5.57915276
62	3971.58772211	406.97521378	44.96371633	24.39088946	11.74924891	10.31369314	8.51117001	7.91080590	6.22720310	5.58194742
63	3995.32704335	405.74048631	44.84024301	24.32915591	11.72455990	10.29311924	8.49573628	7.89708256	6.21830532	5.57459297
64	3975.39430468	407.68264617	45.03456371	24.42638113	11.76354941	10.32564584	8.52019673	7.91886168	6.23253065	5.58637011
65	3993.50803938	405.55901748	44.82191409	24.31991445	11.72085314	10.28991020	8.49326584	7.89496987	6.21687721	5.57337311
66	3975.48838558	407.44350562	45.01060724	24.41437667	11.75871023	10.32160054	8.51714059	7.91613339	6.23071635	5.58482731
67	3972.12076690	406.06416201	44.87257366	24.34529898	11.73098676	10.29846552	8.49973088	7.90062621	6.22056389	5.57641028
68	3973.79835480	406.59854526	44.92608102	24.37209720	11.74177408	10.30747834	8.50653155	7.90669266	6.22456769	5.57973799
69	3975.25163162	406.95871262	44.96210000	24.39010779	11.74898111	10.31348553	8.51103996	7.91060327	6.22716527	5.58166047
70	3974.11186949	405.89084521	44.85526407	24.33672538	11.72763968	10.29570391	8.49770589	7.89848469	6.21949695	5.57556765
71	3978.60760002	407.61220957	45.02753619	24.42285767	11.76217694	10.32451152	8.51936110	7.91812545	6.23206178	5.58590490
72	3994.98043446	405.70581511	44.83677139	24.32742133	11.72387519	10.29255260	8.49531769	7.89671312	6.21806541	5.57435828
73	3978.71795414	407.42579737	45.00886295	24.41352563	11.75840600	10.32135957	8.51698039	7.91600048	6.23065087	5.58471197
74	3975.58813775	406.14267177	44.88047244	24.34928213	11.73263650	10.29985979	8.50080962	7.90160133	6.22124747	5.57696664
75	3977.11062357	406.66914260	44.93310504	24.37560227	11.74324423	10.30387195	8.50740546	7.91065104	6.22716704	5.58019109
76	3978.26356984	406.94704077	44.96096802	24.38956679	11.74880882	10.31335699	8.51096881	7.9065104	6.22045462	5.58183033
77	3977.20872230	406.01264358	44.86745324	24.34278540	11.73006140	10.29779361	8.49921894	7.90027437	6.22045462	5.57634413
78	3981.26627498	407.55590595	45.02192720	24.42009422	11.76109178	10.32361759	8.51870756	7.91755235	6.23170884	5.58556580
79	3964.03366292	405.82521015	44.84875036	24.33343927	11.72632887	10.29632887	8.49689089	7.89812520	6.21902326	5.57514587
80	3981.40067564	407.41238704	45.00755081	24.41289084	11.75818804	10.32119034	8.51687400	7.91591579	6.23062251	5.58465038
81	3978.44279670	406.20609986	44.88685205	24.35249830	11.73396622	10.30098292	8.50167740	7.90238514	6.22179386	5.57740778

A. TABLICE

82	3979.87676719	406.72934630	44.93922733	24.37871850	11.74450400	10.30978152	8.50830655	7.90829353	6.22567084	5.58059533
83	3980.74881211	406.93561399	44.95985263	24.38903040	11.74857155	10.31321799	8.51088416	7.91051661	6.22705522	5.58165393
84	3979.81060938	406.11623225	44.87792304	24.34807233	11.73225540	10.29957731	8.50065694	7.90149457	6.22127994	5.57701818
85	4012.99166030	407.50702356	45.01705593	24.41767227	11.76014017	10.32283783	8.51813624	7.91705062	6.23139786	5.58527177
86	3967.66877716	405.92695461	44.85896132	24.33857099	11.72842436	10.29637447	8.49823708	7.89933440	6.21984807	5.57582796
87	4011.91416133	407.39931298	45.00626472	24.41226449	11.75796586	10.32101502	8.51675886	7.91582100	6.23058114	5.58458476
88	3980.85897950	406.26090763	44.89236741	24.35228029	11.73511910	10.30195760	8.50243202	7.90306751	6.2227384	5.57780122
89	3982.19817297	406.77889164	44.94415990	24.38118144	11.74533863	10.31064786	8.50892304	7.90890085	6.22609001	5.58092194
90	4007.19126816	406.92700781	44.95901895	24.38863295	11.74850169	10.31312409	8.51083208	7.91054846	6.22715556	5.58178245
91	3971.16556158	406.20307715	44.88659618	24.35240582	11.73403801	10.30107320	8.50174131	7.90245821	6.22196841	5.57746082
92	3985.35881079	407.46624558	45.01299671	24.41565653	11.75936438	10.32219460	8.51766759	7.91664059	6.23115055	5.58504480
93	3970.74910131	406.01271822	44.86751274	24.34284701	11.73013618	10.29785592	8.49931502	7.90035001	6.22046078	5.57639453
94	3985.55358481	407.38871857	45.00522808	24.41176248	11.75779270	10.32088022	8.51667368	7.91575288	6.23055946	5.58454692
95	3973.04915021	406.30686019	44.89699006	24.35761148	11.73608382	10.30277258	8.50306215	7.90363690	6.22267235	5.57812552
96	4006.14303663	406.82220481	44.94855629	24.38342350	11.74644697	10.31142176	8.50957238	7.90943624	6.22646315	5.58121764
97	3984.67377514	406.91859138	44.95819946	24.38823926	11.74837056	10.31301304	8.51077288	7.91050271	6.22714841	5.58176508
98	3973.92557469	406.27922002	44.89427068	24.35627267	11.73559734	10.30238252	8.50279545	7.90341277	6.22257559	5.57807169
99	3986.96794080	407.42991882	45.00934865	24.41382617	11.75866503	10.32157842	8.51720219	7.91627200	6.23085963	5.58484118
100	3973.40952288	406.08771787	44.87509534	24.34667784	11.75761558	10.32074037	8.51658176	7.9124162	6.22114630	5.57689656
101	3987.19415000	407.37829454	45.00420359	24.41126370	11.75761558	10.32074037	8.51658176	7.91563173	6.23052830	5.58441113
102	3992.13221995	406.34754217	44.90108430	24.35967681	11.73694003	10.30349646	8.50362271	7.90414391	6.22302967	5.57841981
103	3985.91029936	406.85886255	44.95224987	24.38528090	11.74721428	10.31206959	8.51007257	7.90988767	6.22677637	5.58146385
104	3986.24279036	406.91198518	44.95755984	24.38793464	11.74827395	10.31295214	8.51073368	7.91047503	6.22715362	5.58176414
105	3992.13589928	406.34473293	44.90078826	24.35954504	11.73694035	10.30350639	8.50361356	7.90418351	6.22303562	5.57849346
106	3988.37143233	407.39866316	45.00626923	24.40078826	11.75806755	10.32112753	8.51688996	7.91596003	6.23074088	5.58467716
107	3975.71755202	406.15260047	44.88160582	24.34994871	11.73306734	10.30027546	8.50121722	7.90201040	6.22166890	5.57732529
108	3980.80677695	407.36942367	45.00333440	24.41083542	11.75746868	10.32062545	8.51650815	7.91561799	6.23050859	5.58447694
109	3993.00330561	406.38248389	44.90461089	24.36145529	11.73767621	10.30411844	8.50410387	7.90457878	6.22327881	5.57866944
110	3973.02642355	406.89147990	44.95553121	24.38693549	11.74789916	10.31264831	8.51052015	7.91029214	6.22705925	5.58168927
111	3973.78819441	406.90553463	44.95693239	24.38763364	11.74817453	10.31287654	8.51068914	7.91044140	6.22709723	5.58175687
112	3971.00123151	406.40301744	44.90668880	24.36251769	11.73813735	10.30451512	8.50442210	7.90487196	6.22356267	5.57887381
113	3982.25302563	407.37029612	45.00344549	24.41091377	11.75752309	10.32067622	8.51656334	7.91567433	6.23056942	5.58452648
114	3970.92167554	406.22984720	44.88939584	24.35389584	11.73471005	10.30166722	8.50229998	7.90299220	6.22237470	5.57793154
115	3982.53385048	407.36063379	45.00247022	24.41042101	11.75731839	10.32050648	8.51642942	7.91551778	6.23043231	5.58437356
116	3966.38851161	406.43279168	44.90969284	24.36403129	11.73877328	10.30505451	8.50484274	7.90525395	6.22383863	5.57910881
117	3975.25388288	406.91965398	44.95836501	24.38836419	11.74861149	10.31317820	8.51090564	7.91060587	6.22725365	5.58181170
118	3969.89760056	406.91817735	44.95825334	24.38833175	11.74851274	10.31317830	8.51094934	7.91068930	6.22737216	5.58196034
119	3973.27463689	406.45427976	44.91183074	24.36510010	11.73918903	10.30539792	8.50509530	7.90547584	6.22397087	5.57920459
120	3979.11411375	407.36249377	45.00271570	24.41058301	11.75744388	10.32063140	8.51655778	7.91568425	6.23063022	5.58459295
121	3988.19068703	406.27870440	44.89426454	24.35631916	11.73570929	10.30250550	8.50290672	7.90356404	6.22275943	5.57824395
122	3979.55610588	407.36933653	45.00339099	24.41090976	11.75756862	10.32073278	8.51662931	7.91574565	6.23066032	5.58460671
123	3968.72899681	406.45847563	44.91224228	24.36534122	11.73928356	10.30507100	8.50519132	7.90553655	6.22401237	5.57922180

A. TABLICE

124	3977.39576092	406.96081949	44.96253097	24.39048024	11.74938531	10.31391336	8.51151012	7.91119247	6.22771256	5.58223367
125	3971.96714397	406.91117296	44.95755322	24.38799433	11.74838471	10.31308111	8.51088402	7.91063490	6.22730619	5.58193682
126	3970.20547586	406.51566924	44.91801739	24.36822494	11.74048861	10.30649778	8.50594895	7.90624895	6.22452297	5.57967422
127	3975.43435716	407.33769414	45.00024316	24.40935243	11.75696158	10.32023304	8.51624654	7.91542654	6.23043072	5.58445560
128	3979.36367697	406.33755795	44.90022358	24.35933966	11.73695035	10.30355681	8.50375305	7.90430171	6.22328476	5.57869144
129	3981.19017282	407.35991166	45.00245713	24.41045488	11.75739587	10.32050281	8.51653096	7.91566135	6.23061504	5.58456192
130	3970.96094743	406.49622328	44.91609023	24.36727328	11.74012655	10.30620243	8.50573820	7.90606692	6.22442503	5.57960421
131	3974.51119884	406.98149462	44.96460868	24.39152656	11.74981898	10.31427671	8.51178997	7.91144479	6.22788650	5.58236949
132	3973.95421876	406.91880947	44.95836486	24.38842094	11.74860164	10.31327065	8.51104955	7.91079360	6.22749342	5.58207085
133	3972.29058498	406.55550038	44.92201053	24.37022888	11.74130235	10.30718015	8.50646801	7.90671396	6.22483480	5.57992478
134	3977.22473747	407.32854370	44.99936272	24.40892693	11.75682969	10.32013693	8.51621377	7.91539162	6.23048674	5.58448007
135	3971.63702063	406.37596201	44.90407223	24.36126556	11.73773478	10.30421250	8.50425101	7.90472110	6.22358246	5.57887892
136	3974.80484312	407.36395489	45.00289577	24.41069726	11.75752932	10.32071641	8.51664473	7.91577291	6.23072493	5.58466228
137	3980.02844293	406.51617141	44.91809330	24.36827611	11.74053971	10.30655030	8.50600519	7.90630723	6.22458980	5.57973645
138	3972.36232299	407.01242604	44.96773606	24.39311317	11.75048983	10.31484808	8.51223948	7.91185479	6.22818934	5.58199334
139	3975.60853223	406.91207816	44.95767994	24.38807431	11.74847732	10.31317146	8.51095710	7.91071001	6.22746267	5.58208212
140	3980.32435288	406.60352446	44.92683872	24.37266894	11.74231320	10.30803449	8.507152912	7.90731176	6.22525818	5.58435782
141	3975.53359776	407.30686049	44.99719872	24.40785712	11.75640656	10.31978534	8.51595394	7.91516248	6.23034358	5.57927508
142	3973.57633881	406.42244158	44.90875031	24.36362942	11.73870880	10.30503688	8.50488819	7.90532324	6.22398908	5.58461346
143	3978.50158376	407.35457274	45.00196358	24.41023545	11.75734989	10.32055220	8.51654062	7.91568251	6.23067252	5.57997841
144	3981.53500011	406.54556635	44.92106211	24.36978474	11.74117244	10.30708823	8.50642683	7.90669110	6.22487119	5.58272830
145	3980.01936677	407.02816824	44.96930983	24.39390876	11.75080832	10.31510418	8.51245102	7.91204527	6.22831969	5.58213429
146	3982.66601284	406.91678653	44.95818951	24.38835964	11.74861470	10.31329438	8.51108927	7.91083645	6.22756134	5.58047988
147	3984.39158433	406.63554205	44.93003613	24.37425284	11.74296389	10.30858089	8.50752316	7.90768311	6.22550583	5.58435863
148	3979.32694071	407.29734552	44.99627143	24.40740977	11.75624740	10.31966707	8.51588049	7.91510472	6.23033375	5.57946689
149	3980.63572225	406.45365359	44.91185180	24.36517988	11.73934509	10.30556804	8.50527050	7.90568345	6.22422843	5.58467569
150	3980.02411719	407.35575010	45.00210570	24.41032300	11.75741365	10.32063171	8.51660100	7.91574374	6.23073957	

Tablica A.3: $B_z(\Delta R)$ za unutarnji rub torusa, $R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$.

A. TABLICE

$\Delta R =$	0.001	0.01	0.1	0.2	0.5	0.6	0.8	0.9	1.4	1.8
m	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z
1	-3990.32297245	-392.64669644	-35.07866391	-15.86751874	-4.96036394	-3.84757949	-2.52634857	-2.11026876	-1.02681856	-0.65812568
2	-5206.13005318	-514.12345365	-47.13210312	-21.84992427	-7.31406390	-5.80090506	-3.98146834	-3.40014172	-1.84822612	-1.29437490
3	-4837.91043050	-477.45875644	-43.61575432	-20.16891282	-6.72269042	-5.32810685	-3.65471146	-3.12122757	-1.70179679	-1.19792799
4	-4610.38829517	-454.75708071	-41.39368222	-19.08241767	-6.31342885	-4.99319982	-3.41196628	-2.90890256	-1.57487894	-1.10409411
5	-4424.49060477	-436.21064319	-39.80528481	-18.31313805	-5.98090941	-4.72141945	-3.24993767	-2.76862567	-1.47307525	-1.04792506
6	-4310.96785578	-424.87760108	-38.46510687	-17.64848933	-5.77100681	-4.54877265	-3.08910635	-2.62621138	-1.40519638	-0.97836371
7	-4221.37136475	-415.93668655	-37.58877968	-17.21922384	-5.60870257	-4.41579854	-2.99252415	-2.54165665	-1.35449311	-0.94083548
8	-4159.53154241	-409.76248755	-36.98059305	-16.91978972	-5.49367342	-4.32108093	-2.92304502	-2.48053317	-1.31696229	-0.91254505
9	-4152.17802294	-409.00616772	-36.88527393	-18.86231993	-5.26099733	-4.95826912	-3.39793901	-2.90147039	-1.58441644	-1.11906533
10	-4393.18144077	-433.11999315	-39.30938593	-18.08078867	-5.95486635	-4.70470211	-3.20985642	-2.73513236	-1.47979736	-1.03885076
11	-4314.74816297	-429.94126638	-39.03075353	-17.94197849	-5.90025256	-4.65091835	-3.17603070	-2.69012765	-1.45654062	-1.02071307
12	-4252.74614606	-419.08526057	-37.91427969	-17.38749516	-5.68191962	-4.47829943	-3.04149354	-2.58606243	-1.38558412	-0.96639305
13	-4217.40457850	-415.38557311	-37.54570267	-17.20392748	-5.60924391	-4.41791862	-2.99645728	-2.54613164	-1.36266234	-0.94678388
14	-4151.57527958	-408.97678439	-36.91157719	-16.89026082	-5.48721245	-4.31704567	-2.92191892	-2.48032860	-1.31913896	-0.91548451
15	-4124.17968566	-406.23913579	-36.63962854	-16.75520901	-5.43413268	-4.27541457	-2.8921923	-2.45138630	-1.30087268	-0.90144714
16	-4355.14951715	-429.32878939	-38.94167093	-17.90275621	-5.88969542	-4.65186783	-3.17226672	-2.70255669	-1.46121003	-1.02561752
17	-4253.44526921	-420.90235431	-38.10289411	-17.48531984	-5.72469198	-4.51483225	-3.07012171	-2.61201556	-1.40369397	-0.98122243
18	-4256.11241905	-419.42837385	-37.95476412	-17.41089701	-5.69458062	-4.48966245	-3.05114386	-2.59510725	-1.39272488	-0.97264631
19	-4188.33914825	-412.65499831	-37.28116069	-17.07597692	-5.56251078	-4.38005446	-2.96954707	-2.52282246	-1.34692336	-0.93735346
20	-4164.51823238	-410.27354467	-37.04362382	-16.95751963	-5.51544904	-4.34091410	-2.94029844	-2.49686723	-1.33035877	-0.92453168
21	-4108.27714017	-405.89862292	-36.60932263	-16.74197484	-5.43085109	-4.27080059	-2.8823485	-2.45079924	-1.30131840	-0.90223134
22	-4090.94132127	-403.93788098	-36.41428162	-16.64497585	-5.39258004	-4.23903411	-2.86458136	-2.42984335	-1.28803711	-0.89199712
23	-4261.69191900	-420.57292342	-38.07392483	-17.47285778	-5.72179821	-4.51293041	-3.06939863	-2.61166223	-1.40428099	-0.98210297
24	-4209.68488080	-414.79280442	-37.49799874	-17.18594590	-5.60809285	-4.41842681	-2.99886008	-2.54909777	-1.36443098	-0.95129123
25	-4202.61582487	-414.04242423	-37.42225049	-17.14772010	-5.59245781	-4.40644246	-2.98892250	-2.54108915	-1.35861411	-0.94729570
26	-4151.74654284	-409.00055266	-36.92027413	-16.89784537	-5.49362875	-4.32322585	-2.92771223	-2.48595779	-1.32412209	-0.92008089
27	-4135.26600487	-407.35266462	-36.75564758	-16.81561649	-5.46082712	-4.29591327	-2.90725830	-2.46778900	-1.31247682	-0.91104105
28	-4044.66148553	-403.93574951	-36.41600123	-16.64682146	-5.39434420	-4.24075618	-2.86622257	-2.43144682	-1.28947869	-0.89333499
29	-4086.67624730	-402.49641089	-36.27259311	-16.57538356	-5.36603914	-4.21778759	-2.84866741	-2.41587747	-1.27994530	-0.88567263
30	-4216.30335646	-415.45663803	-37.56626463	-17.22103626	-5.62311794	-4.43118955	-3.00876535	-2.55803961	-1.37056577	-0.95626439
31	-4092.08883654	-411.17245609	-37.13904568	-17.00803173	-5.53852664	-4.36084050	-2.95619815	-2.51139155	-1.34078902	-0.93320837
32	-4033.57659070	-410.66221807	-37.08755314	-16.98205219	-5.52790502	-4.35193603	-2.9494929	-2.50536454	-1.33684109	-0.93010313
33	-4010.58779366	-406.69763317	-36.69434595	-16.78627184	-5.44986643	-4.28706927	-2.90145716	-2.46240834	-1.30946921	-0.90893336
34	-4038.79488584	-405.38319349	-36.56114211	-16.71960006	-5.42368489	-4.26526641	-2.88469123	-2.44790025	-1.30016679	-0.90171074
35	-4012.4235573	-402.62616212	-36.28679044	-16.58310342	-5.36977047	-4.22049961	-2.85133491	-2.41833832	-1.28140162	-0.88723371
36	-4005.96296644	-401.44397510	-36.16895545	-16.52437970	-5.34647692	-4.20113498	-2.83687477	-2.40551047	-1.27322506	-0.88090908
37	-4047.47597843	-412.12301279	-37.23520148	-17.05666648	-5.55855831	-4.37767427	-2.96901794	-2.52286690	-1.34868886	-0.93923989
38	-4009.41868254	-408.71745282	-36.89548229	-16.88723074	-5.49120812	-4.32164958	-2.92713506	-2.48569224	-1.32464137	-0.92083974
39	-4017.40462289	-408.37170799	-36.86051557	-16.86955199	-5.48394332	-4.31555067	-2.92250095	-2.48154920	-1.32191484	-0.91868891

A. TABLICE

40	-4010.80850434	-405.06772714	-36.53111606	-16.70535458	-5.41877018	-4.26135919	-2.88201877	-2.44562995	-1.29899938	-0.90095214
41	-4017.53172258	-404.00261423	-36.42479733	-16.65229796	-5.39733197	-4.24349932	-2.8688871	-2.43397631	-1.29136002	-0.89519325
42	-3998.23810932	-401.65276919	-36.19066453	-16.53565512	-5.35142173	-4.20536162	-2.84019107	-2.40851855	-1.27532884	-0.88263426
43	-4002.82121685	-400.67545342	-36.09263383	-16.48676667	-5.33199448	-4.18920271	-2.82811322	-2.39779936	-1.26848328	-0.87733241
44	-4039.34343687	-409.74221264	-36.99866164	-16.93917719	-5.51235522	-4.33936229	-2.94054400	-2.49766254	-1.33248133	-0.92701333
45	-4020.73791698	-406.95858445	-36.72088102	-16.80058084	-5.45752327	-4.29347995	-2.90622651	-2.46719600	-1.31299788	-0.91190958
46	-4010.73221397	-406.69010707	-36.69374142	-16.78686519	-5.45158201	-4.28875412	-2.90263740	-2.46398791	-1.31088866	-0.91024683
47	-4005.20583251	-403.86980951	-36.41243884	-16.64657990	-5.39583658	-4.24238667	-2.86797922	-2.43322784	-1.29124161	-0.89502822
48	-4029.61736969	-402.93950061	-36.31943746	-16.60009537	-5.37725984	-4.22691041	-2.85637816	-2.42291835	-1.28462150	-0.88988323
49	-4012.63491273	-400.91665545	-36.11791092	-16.49971340	-5.33749053	-4.19385993	-2.83171258	-2.40104259	-1.27069153	-0.87911428
50	-4059.76623230	-400.05793036	-36.03223929	-16.45697870	-5.32049924	-4.17972491	-2.82114440	-2.39166198	-1.26469755	-0.87447042
51	-4135.93646130	-407.96562745	-36.82207643	-16.85142760	-5.47780862	-4.31070596	-2.91923278	-2.47879291	-1.32055422	-0.91783985
52	-4025.75897118	-405.61812420	-36.58777674	-16.73450479	-5.43126830	-4.27197628	-2.89025863	-2.45306742	-1.30409555	-0.90507751
53	-4032.71460616	-405.41383727	-36.56709932	-16.72404192	-5.42669570	-4.22758859	-2.88750577	-2.45060518	-1.30247220	-0.89039358
54	-4015.60329043	-402.93747606	-36.32003841	-16.60080117	-5.37795479	-4.22758859	-2.85702205	-2.42354592	-1.28517761	-0.89039358
55	-4014.27633411	-402.12218669	-36.23851550	-16.56004337	-5.36165629	-4.21400795	-2.84683863	-2.41449477	-1.27936162	-0.88587149
56	-4016.82387240	-400.32765262	-36.05967228	-16.47092878	-5.32631911	-4.18463308	-2.82490585	-2.39503852	-1.26696098	-0.87627919
57	-4011.86692882	-399.57212334	-35.98426587	-16.43329993	-5.31134287	-4.17217076	-2.81558333	-2.38686946	-1.26166666	-0.87225801
58	-4036.38527716	-406.57548557	-36.68387069	-16.78273343	-5.45074684	-4.28825441	-2.90253032	-2.46400170	-1.31119859	-0.91064090
59	-4024.83590382	-404.57389055	-36.48362071	-16.68278176	-5.41094089	-4.25512388	-2.87773803	-2.44198644	-1.29710611	-0.89970954
60	-4034.75214281	-404.40181785	-36.46664917	-16.67419655	-5.40740820	-4.25215701	-2.87548222	-2.43996909	-1.29577704	-0.89866050
61	-4018.54874339	-402.19863826	-36.24678524	-16.56449270	-5.36389365	-4.21596012	-2.84831357	-2.41584845	-1.28035003	-0.88670041
62	-4010.55249651	-401.46130605	-36.17305832	-16.52763353	-5.34901756	-4.20355369	-2.83910477	-2.40766379	-1.27509101	-0.88261155
63	-4006.27160531	-399.85274189	-36.01269174	-16.44769687	-5.31729061	-4.17717308	-2.81939821	-2.39017856	-1.26393611	-0.87397754
64	-3987.62603123	-399.16925422	-35.94446777	-16.41364749	-5.30373422	-4.16589118	-2.81095722	-2.38268369	-1.25914040	-0.87025869
65	-4011.70874155	-405.46226526	-36.57361430	-16.72795110	-5.42904857	-4.27037540	-2.88923878	-2.45213254	-1.30368516	-0.90485634
66	-4016.51596135	-403.71886140	-36.39910688	-16.64080531	-5.39443629	-4.24143876	-2.86756801	-2.43298472	-1.29142516	-0.89534489
67	-4027.36469024	-403.58499836	-36.38554740	-16.63393898	-5.39160351	-4.23905805	-2.86575569	-2.43136303	-1.29035431	-0.89449853
68	-4034.01701892	-401.59231634	-36.18665655	-16.53468336	-5.35209229	-4.20617706	-2.84115571	-2.40952077	-1.27637864	-0.88366077
69	-4009.60224322	-400.92111819	-36.11953417	-16.50109220	-5.33866747	-4.19498985	-2.83276557	-2.40214077	-1.27158501	-0.87999190
70	-4008.89262233	-398.84751224	-35.97342318	-16.42825976	-5.30973663	-4.17092999	-2.81478703	-2.38610878	-1.26140066	-0.87204700
71	-4011.01372437	-398.83478416	-35.91141052	-16.39731610	-5.29740340	-4.16066412	-2.80710359	-2.37928553	-1.25703179	-0.86865765
72	-4030.18318170	-404.50883503	-36.48183959	-16.68228047	-5.41113849	-4.25538475	-2.87806550	-2.44233143	-1.29747817	-0.90007624
73	-4020.99605603	-403.01843790	-36.32950536	-16.60622744	-5.38083232	-4.23015656	-2.85918103	-2.42555994	-1.28673608	-0.89174064
74	-4029.62686949	-402.90692001	-36.31820934	-16.60050710	-5.37847232	-4.22817324	-2.85767109	-2.42420884	-1.28584399	-0.89103558
75	-4016.86087563	-401.08981590	-36.13704882	-16.51010936	-5.34241297	-4.19816099	-2.83242797	-2.39734655	-1.26863041	-0.88113250
76	-4013.14132028	-400.46700403	-36.07452871	-16.47880480	-5.32996736	-4.18778168	-2.82727297	-2.39734655	-1.26863041	-0.87767429
77	-4004.76507286	-399.12312706	-35.94067018	-16.41209262	-5.30346614	-4.16568561	-2.81097239	-2.38268746	-1.25926681	-0.87042094
78	-4006.15959655	-398.54867280	-35.88312488	-16.38333848	-5.29198094	-4.15618604	-2.80380076	-2.37637237	-1.25522240	-0.86728287
79	-4032.21703294	-403.77594976	-36.40542932	-16.64427787	-5.39614323	-4.24293793	-2.86879767	-2.43412074	-1.29227540	-0.89606795
80	-4024.51422719	-402.42741655	-36.27076851	-16.57704385	-5.36934694	-4.22063072	-2.85209829	-2.41928929	-1.28277450	-0.88869481
81	-4029.03748708	-402.33800907	-36.26169978	-16.57244507	-5.36744352	-4.21902954	-2.85087747	-2.41819618	-1.28205072	-0.88812181

A. TABLICE

82	-4001.35840594	-400.66324131	-36.09449076	-16.48897528	-5.33419106	-4.19135117	-2.83016174	-2.39979949	-1.27027086	-0.87898247
83	-4006.39694624	-400.08293162	-36.03645476	-16.45995519	-5.32624813	-4.18167616	-2.82290519	-2.39340128	-1.26716816	-0.87579733
84	-3985.58088283	-398.83700429	-35.91216060	-16.39795854	-5.29793377	-4.16117209	-2.80757518	-2.37974176	-1.25742852	-0.86901954
85	-4021.78660289	-398.30398572	-35.85892787	-16.37137719	-5.28733665	-4.15234959	-2.80096969	-2.37387481	-1.25366937	-0.86610191
86	-4074.22286639	-403.12014708	-36.34018441	-16.61182404	-5.38333363	-4.23230454	-2.86087888	-2.42710471	-1.28782827	-0.89264413
87	-4042.14493935	-401.92403429	-36.22073288	-16.55217426	-5.35955680	-4.21250957	-2.84605854	-2.41394144	-1.27939411	-0.88609488
88	-4021.79908938	-401.85110469	-36.21333005	-16.54841287	-5.35799905	-4.21119873	-2.84505824	-2.41304542	-1.27880007	-0.88562426
89	-4009.93214799	-400.29904753	-36.05850898	-16.47114481	-5.32716499	-4.17460257	-2.82589203	-2.39598091	-1.26786964	-0.87714211
90	-4010.27407248	-396.93241099	-36.00357311	-16.44366584	-5.31204440	-4.17640237	-2.81899772	-2.38989523	-1.26395757	-0.87409961
91	-4009.94676373	-395.80279634	-35.88789222	-16.38596373	-5.29322866	-4.15728116	-2.80474062	-2.37724196	-1.25584173	-0.86784131
92	-3982.78549279	-395.33192618	-35.83776981	-16.36091639	-5.28327298	-4.14899225	-2.79849146	-2.37168822	-1.25230888	-0.86506690
93	-4003.84611620	-397.10588407	-36.28412571	-16.58395263	-5.37234735	-4.22313338	-2.85409564	-2.42105155	-1.28402749	-0.88968240
94	-4000.26197546	-401.48754026	-36.17734237	-16.53061424	-5.35106403	-4.20546428	-2.84081817	-2.40930110	-1.27646018	-0.88383794
95	-3990.38364265	-401.43151366	-36.17164031	-16.52771340	-5.34985404	-4.20444434	-2.84003764	-2.40860119	-1.27599387	-0.88346745
96	-3980.23324434	-399.98254909	-36.02694397	-16.45546618	-5.32105662	-4.18047042	-2.82208952	-2.39266019	-1.26578091	-0.87554105
97	-3983.39122121	-399.46437617	-35.97512185	-16.42955263	-5.31068909	-4.17183039	-2.80217177	-2.37497001	-1.26207725	-0.87266027
98	-3974.97347647	-398.37453732	-35.86636505	-16.37528855	-5.28909847	-4.15386535	-2.80217177	-2.37497001	-1.25444781	-0.86674562
99	-3977.95975406	-397.90392874	-35.81938402	-16.35183928	-5.27969360	-4.14609508	-2.79635862	-2.36977515	-1.25114666	-0.86416012
100	-3987.64362080	-401.10662793	-36.13945060	-16.51179061	-5.34364802	-4.19931147	-2.83624073	-2.40528411	-1.27389607	-0.88709102
101	-3997.72125307	-401.06446498	-36.13516795	-16.50959482	-5.34272606	-4.19853299	-2.83564325	-2.40471089	-1.27353685	-0.88157870
102	-3975.35751391	-399.70654618	-35.99953674	-16.44187401	-5.31571437	-4.17605401	-2.81881214	-2.38976118	-1.26395663	-0.87414221
103	-3981.62378849	-399.21188640	-35.95008098	-16.41713733	-5.30583001	-4.16780692	-2.81262647	-2.38426272	-1.26041356	-0.87139282
104	-3980.68306305	-398.18488785	-35.84766931	-16.36604566	-5.28547153	-4.15086531	-2.79998391	-2.37300977	-1.25324846	-0.86581031
105	-3976.20005761	-397.73727992	-35.80286729	-16.34365496	-5.27656229	-4.14344666	-2.79439614	-2.36807399	-1.25005785	-0.86335321
106	-4002.30991308	-401.55091481	-36.19140247	-16.53780038	-5.35409784	-4.20803088	-2.84279589	-2.41108063	-1.27766425	-0.88480538
107	-3988.20089065	-400.76959646	-36.10593586	-16.49513238	-5.33708386	-4.19386512	-2.83218845	-2.40165860	-1.27162554	-0.88011757
108	-3980.18535923	-400.74273376	-36.10310877	-16.49366620	-5.33645752	-4.19333384	-2.83177755	-2.40128839	-1.27140052	-0.87991596
109	-3982.02370127	-399.46252542	-35.97533033	-16.42985561	-5.31101225	-4.17214807	-2.81591335	-2.38719691	-1.26234273	-0.87290454
110	-3987.45676521	-398.98937748	-35.92801051	-16.40619332	-5.30154516	-4.16425840	-2.80999549	-2.38193642	-1.25898440	-0.87027372
111	-3982.17361194	-398.01599700	-35.83085207	-16.35770441	-5.28224037	-4.14818887	-2.79797487	-2.37126302	-1.25213017	-0.86497650
112	-3977.67812256	-397.59006287	-35.78829342	-16.33644828	-5.27375875	-4.14112944	-2.79268426	-2.36656297	-1.24911601	-0.86263575
113	-3976.43528605	-396.37687027	-35.71170214	-16.29824924	-5.25857880	-4.12850298	-2.78324612	-2.35818621	-1.24376524	-0.85849083
114	-3989.24145939	-400.09055034	-36.07616981	-16.48032142	-5.33124573	-4.18902071	-2.82858340	-2.39849330	-1.26962803	-0.87858314
115	-3981.67314914	-398.76832159	-35.93282312	-16.40877425	-5.30274799	-4.16530122	-2.81083228	-2.38270230	-1.25951276	-0.87073301
116	-3976.89028836	-399.24632635	-35.95386898	-16.417920509	-5.30686576	-4.16868551	-2.81334314	-2.38494869	-1.26093289	-0.87182627
117	-3968.76281086	-397.61284691	-35.82622229	-16.35551157	-5.28148662	-4.14759374	-2.79756577	-2.37091554	-1.25195106	-0.86485941
118	-3969.55139099	-397.86567403	-35.81596004	-16.35032942	-5.27936275	-4.14581186	-2.79621322	-2.36970680	-1.25115667	-0.86423309
119	-3957.04639011	-396.88886816	-35.71854670	-16.30175674	-5.26006837	-4.12976501	-2.78422090	-2.35906418	-1.24436135	-0.85897059
120	-3960.73134715	-396.72870465	-35.70253135	-16.29373288	-5.25681788	-4.12705012	-2.78219864	-2.35724357	-1.24318202	-0.85804893
121	-3977.87327049	-399.77305346	-36.00682899	-16.44582938	-5.31762884	-4.17771198	-2.82016287	-2.39100410	-1.26487188	-0.87491274
122	-3978.60761411	-398.85736346	-35.91521772	-16.40002908	-5.29934266	-4.16245512	-2.80871886	-2.38085337	-1.25835402	-0.86984669

A. TABLICE

124	-3976.45823771	-398.71396258	-35.90096036	-16.39291536	-5.29648394	-4.16010028	-2.80695776	-2.37926903	-1.25733553	-0.86905497
125	-3972.50657556	-397.81642065	-35.81301699	-16.34896768	-5.27892909	-4.14547687	-2.79599790	-2.36952993	-1.25110098	-0.86419554
126	-3975.87954090	-397.45268009	-35.77495646	-16.32997621	-5.27137184	-4.13918852	-2.79129428	-2.36535407	-1.24841226	-0.86212550
127	-3975.62401296	-396.79942794	-35.70970307	-16.29738605	-5.25837223	-4.12836412	-2.78318751	-2.35815265	-1.24381216	-0.85854028
128	-3976.11968358	-396.41060531	-35.67092924	-16.27805351	-5.25069418	-4.12197878	-2.77841611	-2.35391848	-1.24109242	-0.85644778
129	-3988.37150316	-399.52562923	-35.98478739	-16.43486622	-5.31330234	-4.17412478	-2.81748868	-2.38863496	-1.26337070	-0.87375629
130	-3981.02442800	-398.49737731	-35.87952788	-16.38231335	-5.29235847	-4.15668981	-2.80443716	-2.37704351	-1.25594590	-0.86799467
131	-3978.44369378	-398.55657927	-35.88533098	-16.38515608	-5.29343679	-4.15757454	-2.80508210	-2.37760932	-1.25628958	-0.86825219
132	-3976.13063561	-397.49238812	-35.78393488	-16.33454704	-5.27328259	-4.14080055	-2.79253013	-2.36646349	-1.24915540	-0.86271864
133	-3980.40635549	-397.34375749	-35.76416230	-16.32462904	-5.26928365	-4.13746060	-2.79001508	-2.36422383	-1.24770465	-0.86158489
134	-3978.36098944	-396.56618132	-35.68658699	-16.28594137	-5.25390485	-4.12466764	-2.78045108	-2.35573482	-1.24228084	-0.85738278
135	-3978.27567153	-396.34421833	-35.66437323	-16.27481741	-5.24944237	-4.12094592	-2.77765563	-2.35326527	-1.24067778	-0.85614746
136	-3984.68977513	-399.21530775	-35.95138812	-16.41827718	-5.30677890	-4.16871533	-2.81346801	-2.38507576	-1.26112319	-0.87202866
137	-3982.14751082	-398.36117389	-35.86599689	-16.37559292	-5.28971650	-4.15449928	-2.80280948	-2.37560290	-1.25503706	-0.86729665
138	-3976.54504710	-398.29404626	-35.85928677	-16.37223390	-5.28837657	-4.15338315	-2.80197316	-2.37485989	-1.25456070	-0.86692700
139	-3970.44156664	-397.43964112	-35.77394401	-16.32959802	-5.27133584	-4.13918876	-2.79135307	-2.36542165	-1.24849297	-0.86222521
140	-3966.75980104	-397.13667302	-35.74364669	-16.31446453	-5.26531759	-4.13417907	-2.78758591	-2.36207755	-1.24636068	-0.86055765
141	-3970.63535083	-396.49860565	-35.67991124	-16.28263640	-5.25262111	-4.12360708	-2.77966832	-2.35504424	-1.24184911	-0.85705618
142	-3975.27029478	-396.18550337	-35.64867435	-16.26705509	-5.24642575	-4.11845321	-2.77581492	-2.35162383	-1.23966579	-0.85535675
143	-3988.93798824	-399.03628418	-35.93357028	-16.40941102	-5.30327591	-4.16582636	-2.81130080	-2.38315519	-1.25990473	-0.87108925
144	-3986.63913141	-398.14800269	-35.84484080	-16.36510745	-5.28561132	-4.15109948	-2.80028851	-2.37337374	-1.25363640	-0.86622364
145	-3982.99219994	-398.16965675	-35.84692952	-16.36610197	-5.28596393	-4.15140111	-2.80048676	-2.37354427	-1.25373068	-0.86628945
146	-3978.64151524	-397.26613829	-35.75672829	-16.32106901	-5.26801876	-4.13644458	-2.78930487	-2.36361133	-1.24737031	-0.86135420
147	-3980.74986612	-397.05084903	-35.73517681	-16.31027741	-5.26366906	-4.13281443	-2.78659035	-2.36118415	-1.24580064	-0.86012942
148	-3976.50405778	-396.36211733	-35.66641276	-16.27596294	-5.25002854	-4.12146504	-2.77808689	-2.35364872	-1.24098249	-0.85639478
149	-3981.77717815	-396.13351315	-35.64357009	-16.26454106	-5.24544339	-4.11764239	-2.77523180	-2.35109727	-1.23933956	-0.85511556
150	-3995.79509036	-398.80295136	-35.91039236	-16.39789476	-5.29874825	-4.16205487	-2.80851290	-2.38068758	-1.25834747	-0.86989278

Tablica A.4: $B_z(\Delta R)$ za vanjski rub torusa, $R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$.

A. TABLICE

$m =$	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	$\bar{B}_z$	M_{B_z}
r	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	$\bar{B}_z$	M_{B_z}
0.	6.2831816	6.2831817	6.2831818	6.2831816	6.2831818	6.2831817	6.2831818	6.2831817	6.2831819	6.2831819	6.2831819	6.2831818	0.0000002
0.049975	6.2949784	6.2949785	6.2949786	6.2949784	6.2949786	6.2949785	6.2949786	6.2949785	6.2949787	6.2949787	6.2949787	6.2949786	0.0000002
0.09995	6.3307035	6.3307036	6.3307037	6.3307035	6.3307037	6.3307036	6.3307037	6.3307036	6.3307038	6.3307038	6.3307038	6.3307037	0.0000002
0.149925	6.3913861	6.3913862	6.3913863	6.3913861	6.3913863	6.3913862	6.3913863	6.3913862	6.3913864	6.3913864	6.3913864	6.3913863	0.0000002
0.1999	6.4788281	6.4788282	6.4788283	6.4788281	6.4788283	6.4788282	6.4788283	6.4788282	6.4788284	6.4788284	6.4788284	6.4788283	0.0000002
0.249875	6.5957477	6.5957478	6.5957478	6.5957477	6.5957478	6.5957477	6.5957478	6.5957477	6.5957479	6.5957479	6.5957479	6.5957478	0.0000001
0.29985	6.74601	6.7460101	6.7460102	6.74601	6.7460102	6.7460101	6.7460102	6.7460101	6.7460103	6.7460103	6.7460103	6.7460102	0.0000002
0.349825	6.934985	6.9349851	6.9349852	6.934985	6.9349852	6.9349851	6.9349852	6.9349851	6.9349854	6.9349854	6.9349854	6.9349853	0.0000002
0.3998	7.1700988	7.1700989	7.170099	7.1700988	7.170099	7.1700989	7.170099	7.1700989	7.1700992	7.1700992	7.1700992	7.170099	0.0000002
0.449775	7.461697	7.461697	7.4616972	7.461697	7.4616972	7.461697	7.4616972	7.461697	7.4616974	7.4616974	7.4616974	7.4616973	0.0000002
0.49975	7.8244326	7.8244326	7.8244328	7.8244326	7.8244328	7.8244326	7.8244328	7.8244326	7.8244331	7.8244331	7.8244331	7.8244330	0.0000002
0.549725	8.279579	8.2795791	8.2795793	8.279579	8.2795793	8.2795791	8.2795793	8.2795791	8.2795796	8.2795796	8.2795796	8.2795795	0.0000002
0.5997	8.8590687	8.8590687	8.859069	8.8590687	8.859069	8.8590687	8.859069	8.8590687	8.8590694	8.8590694	8.8590694	8.8590693	0.0000002
0.649675	9.6129647	9.6129648	9.6129652	9.6129647	9.6129652	9.6129648	9.6129652	9.6129647	9.6129651	9.6129651	9.6129651	9.6129650	0.0000004
0.69965	10.624336	10.624336	10.624337	10.624336	10.624337	10.624336	10.624337	10.624336	10.624337	10.624337	10.624337	10.624337	0.0000004
0.749625	12.041809	12.041809	12.04181	12.041809	12.04181	12.041809	12.04181	12.04181	12.041811	12.041811	12.041811	12.04181	0.0000006
0.7996	14.160457	14.160457	14.160458	14.160457	14.160458	14.160457	14.160458	14.160457	14.160459	14.160459	14.160459	14.160458	0.0000009
0.849575	17.662716	17.66269	17.662684	17.662716	17.662684	17.66269	17.662684	17.66269	17.662686	17.662686	17.662686	17.662691	0.0000138
0.89955	24.574108	24.574109	24.574113	24.574108	24.574113	24.574109	24.574113	24.574112	24.574117	24.574117	24.574116	24.574112	0.0000034
0.949525	44.854762	44.854766	44.854779	44.854762	44.854779	44.854766	44.854779	44.854776	44.854797	44.854792	44.854793	44.854778	0.0000129
0.9952	54.831748	54.831723	54.831793	54.831736	54.831747	54.831736	54.831721	54.831762	54.831841	54.831826	54.831756	54.831763	0.0000404
0.969515	71.28535	71.285361	71.285397	71.285351	71.285395	71.28536	71.285412	71.285387	71.285446	71.285435	71.285435	71.285393	0.0000348
0.97951	103.6531	103.65306	103.65317	103.65304	103.65305	103.65303	103.65315	103.65309	103.65324	103.65321	103.65316	103.65312	0.0000708
0.989505	197.23885	197.23894	197.23924	197.23886	197.23922	197.23894	197.23936	197.23916	197.23964	197.23951	197.23955	197.23921	0.0002839
0.997901	960.70866	960.77049	960.77694	960.76797	960.7768	960.77072	960.77985	960.77552	960.78581	960.7831	960.78411	960.77636	0.0063561
0.998301	1185.0068	1185.0105	1185.0195	1185.0083	1185.0198	1185.0109	1185.0243	1185.018	1185.0331	1185.0291	1185.0243	1185.0186	0.0087156
0.9987	1547.1038	1547.108	1547.1234	1547.1046	1547.1233	1547.109	1547.1307	1547.1205	1547.1448	1547.1384	1547.1411	1547.1225	0.0149294
0.9991	2230.7248	2230.7324	2230.7617	2230.7267	2230.762	2230.7353	2230.7762	2230.7569	2230.8029	2230.7907	2230.7964	2230.7605	0.0284583
0.9995	3980.9244	3975.5336	3973.5763	3978.5016	3981.535	3980.0194	3982.666	3984.3916	3979.3269	3980.6357	3980.0241	3979.7395	3.0524322

Tablica A.5: Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.001$ ($R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$).

A. TABLICE

$m =$	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	
r	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	M_{B_z}
0.	6.2831309	6.2831313	6.2831323	6.2831323	6.2831323	6.2831312	6.2831327	6.2831332	6.2831337	6.2831333	6.2831334	6.28313220.000001
0.0498	6.2948212	6.2948216	6.2948226	6.2948213	6.2948226	6.2948215	6.294823	6.2948233	6.2948234	6.2948236	6.2948237	6.29482250.000001
0.0995	6.3302208	6.3302211	6.3302222	6.3302208	6.3302221	6.3302211	6.3302226	6.3302231	6.3302236	6.3302232	6.3302233	6.33022210.000001
0.1493	6.3903399	6.3903403	6.3903414	6.39034	6.3903413	6.3903402	6.3903418	6.3903411	6.3903429	6.3903424	6.3903425	6.39034130.0000011
0.199	6.476947	6.4769473	6.4769485	6.476947	6.4769484	6.4769473	6.4769489	6.4769481	6.4769495	6.4769495	6.4769496	6.47694830.0000011
0.2488	6.5927073	6.5927077	6.5927089	6.5927074	6.5927088	6.5927077	6.5927094	6.5927086	6.5927105	6.5927102	6.5927102	6.59270880.0000012
0.2985	6.7414079	6.7414083	6.7414096	6.7414079	6.7414095	6.7414082	6.7414101	6.7414092	6.7414113	6.7414107	6.7414109	6.74140940.0000012
0.3483	6.928303	6.9283035	6.9283049	6.9283031	6.9283048	6.9283034	6.9283054	6.9283045	6.9283067	6.9283061	6.9283063	6.92830470.0000013
0.398	7.1606482	7.1606487	7.1606502	7.1606482	7.1606501	7.1606486	7.1606508	7.1606498	7.1606523	7.1606516	7.1606518	7.16065
0.4478	7.448532	7.4485326	7.4485343	7.4485321	7.4485342	7.4485325	7.448535	7.4485366	7.4485366	7.4485359	7.448536	7.44853410.0000017
0.4975	7.8062102	7.8062108	7.8062128	7.8062103	7.8062127	7.8062108	7.8062136	7.8062123	7.8062154	7.8062146	7.8062148	7.80621260.0000019
0.5473	8.2543191	8.2543199	8.2543221	8.2543192	8.254322	8.2543198	8.2543231	8.2543215	8.2543252	8.2543243	8.2543245	8.25432190.0000022
0.597	8.8237279	8.8237287	8.8237315	8.8237279	8.8237313	8.8237287	8.8237326	8.8237307	8.8237352	8.823734	8.8237343	8.82373120.0000026
0.6468	9.562608	9.5626091	9.5626125	9.5626081	9.5626123	9.562609	9.5626138	9.5626115	9.562617	9.5626156	9.562616	9.56261210.0000033
0.6965	10.550429	10.55043	10.550434	10.550429	10.550434	10.55043	10.550436	10.550433	10.55044	10.550438	10.550439	10.550434
0.7463	11.928264	11.928266	11.928272	11.928264	11.928272	11.928266	11.928274	11.92827	11.92828	11.928278	11.928271	11.928271
0.796	13.973127	13.97313	13.973139	13.973127	13.973138	13.97313	13.973142	13.973136	13.973151	13.973147	13.973148	13.973138
0.8458	17.3151	17.315105	17.315125	17.315106	17.315115	17.315105	17.315122	17.315116	17.315145	17.315139	17.315132	17.315119
0.8955	23.770458	23.770468	23.770499	23.770459	23.770498	23.770467	23.770512	23.770491	23.770541	23.770528	23.770532	23.770496
0.9453	41.685411	41.685444	41.685551	41.685415	41.685547	41.685443	41.685597	41.685524	41.685697	41.685652	41.685666	41.685541
0.9552	49.970218	49.970265	49.970423	49.970224	49.970416	49.970266	49.970475	49.970384	49.970622	49.970563	49.970592	49.970404
0.9652	62.934463	62.934538	62.934791	62.934473	62.934782	62.934541	62.934901	62.93473	62.935136	62.93503	62.935065	62.934768
0.9751	86.161223	86.16136	86.161835	86.161218	86.161798	86.161372	86.162046	86.161727	86.162485	86.162286	86.162357	86.161791
0.9851	140.05418	140.05452	140.05572	140.05424	140.05571	140.05458	140.05628	140.05548	140.05739	140.05689	140.05709	140.05565
0.995	406.60352	407.30686	406.42244	407.35457	406.54557	407.02817	406.91679	406.63554	407.29735	406.45365	407.35575	406.90184
												0.3827769

Tablica A.6: Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.01$ ($R_{\text{uk}} = 1$, $I_{\text{uk}} = 1$).

A. TABLICE

$m =$	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150		
r	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	$\bar{B}_z$	M_{B_z}
0.	6.2808881	6.2808911	6.2809012	6.2808883	6.2809006	6.2808909	6.2809053	6.2808983	6.2809146	6.2809103	6.2809116	6.2809	0.0000096
0.0475	6.2915313	6.2915344	6.2915445	6.2915315	6.2915439	6.2915342	6.2915486	6.2915416	6.2915558	6.2915536	6.2915555	6.29154330	0.0000097
0.095	6.3237333	6.3237364	6.3237467	6.3237336	6.3237461	6.3237362	6.3237509	6.3237437	6.3237604	6.323756	6.3237573	6.32374550	0.0000098
0.1425	6.3783295	6.3783327	6.3783432	6.3783298	6.3783426	6.3783325	6.3783475	6.3783402	6.3783573	6.3783527	6.3783541	6.378342	0.0000101
0.19	6.4567755	6.4567788	6.4567897	6.4567758	6.4567891	6.4567786	6.4567941	6.4567866	6.4568043	6.4567996	6.456801	6.45678850	0.0000104
0.2375	6.5612507	6.5612542	6.5612656	6.5612511	6.561265	6.561254	6.5612703	6.5612624	6.5612809	6.561276	6.5612775	6.56126430	0.0000109
0.285	6.6948233	6.694827	6.694839	6.6948236	6.6948384	6.6948267	6.694844	6.6948356	6.6948552	6.69485	6.6948516	6.69483770	0.0000116
0.3325	6.8616998	6.8617037	6.8617166	6.8617002	6.861716	6.8617035	6.861722	6.861713	6.861734	6.8617284	6.8617302	6.86171520	0.0000124
0.38	7.0676031	7.0676074	7.0676214	7.0676035	7.0676207	7.0676072	7.0676272	7.0676175	7.0676403	7.0676342	7.0676361	7.06761990	0.0000135
0.4275	7.3203459	7.3203506	7.3203661	7.3203464	7.3203653	7.3203504	7.3203725	7.3203617	7.3203869	7.3203801	7.3203823	7.32036440	0.0000148
0.475	7.6307224	7.6307276	7.6307449	7.6307229	7.6307441	7.6307274	7.6307521	7.6307401	7.6307682	7.6307607	7.6307631	7.63074310	0.0000166
0.5225	8.0139338	8.0139397	8.0139595	8.0139344	8.0139585	8.0139395	8.0139677	8.013954	8.0139861	8.0139775	8.0139803	8.01395740	0.0000189
0.57	8.4919567	8.4919636	8.4919866	8.4919574	8.4919855	8.4919634	8.4919962	8.4919803	8.4920176	8.4920076	8.4920109	8.49198410	0.0000221
0.6175	9.0976636	9.0976718	9.0976992	9.0976644	9.0976981	9.0976717	9.0977109	9.0976918	9.0977364	9.0977244	9.0977284	9.09769640	0.0000264
0.665	9.8824209	9.882431	9.8824648	9.882422	9.8824635	9.882431	9.8824793	9.8824559	9.8825107	9.882496	9.882501	9.88246150	0.0000325
0.7125	10.931153	10.931166	10.931207	10.931155	10.931203	10.931166	10.931228	10.931196	10.931268	10.93125	10.931251	10.931204	0.0000412
0.76	12.395136	12.395153	12.395211	12.395138	12.395209	12.395154	12.395237	12.395196	12.395291	12.395266	12.395275	12.395206	0.0000564
0.8075	14.572897	14.572922	14.573007	14.572901	14.573004	14.572924	14.573045	14.572986	14.573123	14.573086	14.5731	14.573	0.0000819
0.855	18.148683	18.148721	18.148858	18.148689	18.148856	18.148727	18.148921	18.148827	18.149048	18.148988	18.149013	18.148848	0.0001328
0.9025	25.120987	25.121058	25.121326	25.121002	25.121327	25.121071	25.121455	25.121266	25.1217	25.121583	25.121638	25.12131	0.0002604
0.95	44.926839	44.997199	44.90875	45.001964	44.921062	44.96931	44.95819	44.930036	44.996271	44.911852	45.002106	44.956689	0.0382897

Tablica A.7: Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.1$ ($R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$).

A. TABLICE

$m =$	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150		
r	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	$\bar{B}_z$	M_{B_z}
0.	6.2746851	6.2746908	6.27471	6.2746856	6.274709	6.2746906	6.2747179	6.2747044	6.2747357	6.2747272	6.2747301	6.27470780	0.0000184
0.045	6.2842071	6.2842129	6.2842321	6.2842076	6.2842312	6.2842126	6.2842401	6.2842265	6.284258	6.2842494	6.2842523	6.28423	0.0000184
0.09	6.3129913	6.3129971	6.3130166	6.3129918	6.3130157	6.3129969	6.3130247	6.3130109	6.3130428	6.3130341	6.3130371	6.31301450	0.0000187
0.135	6.3617049	6.3617109	6.3617308	6.3617054	6.3617298	6.3617106	6.3617391	6.361725	6.3617576	6.3617486	6.3617517	6.36172860	0.0000191
0.18	6.4315052	6.4315114	6.4315319	6.4315057	6.4315309	6.4315111	6.4315404	6.4315259	6.4315595	6.4315503	6.4315534	6.43152960	0.0000197
0.225	6.5241126	6.524119	6.5241404	6.5241132	6.5241394	6.5241188	6.5241493	6.5241342	6.5241691	6.5241595	6.5241628	6.524138	0.0000205
0.27	6.6419255	6.6419323	6.6419547	6.6419262	6.6419536	6.641932	6.6419641	6.6419482	6.6419849	6.6419748	6.6419783	6.64195220	0.0000215
0.315	6.7881914	6.7881985	6.7882223	6.7881921	6.7882213	6.7881983	6.7882323	6.7882155	6.7882544	6.7882437	6.7882475	6.78821980	0.0000228
0.36	6.9672598	6.9672674	6.9672929	6.9672605	6.9672918	6.9672672	6.9673036	6.9672856	6.9673273	6.9673159	6.9673199	6.96729020	0.0000245
0.405	7.1849556	7.1849638	7.1849915	7.1849564	7.1849903	7.1849637	7.1850032	7.1849836	7.1850289	7.1850165	7.1850209	7.18498860	0.0000266
0.45	7.4491419	7.4491508	7.4491813	7.4491428	7.4491801	7.4491508	7.4491943	7.4491728	7.4492225	7.4492088	7.4492138	7.44917820	0.0000292
0.495	7.7705847	7.7705947	7.7706287	7.7705858	7.7706274	7.7705948	7.7706433	7.7706193	7.7706748	7.7706595	7.7706651	7.77062530	0.0000326
0.54	8.1643248	8.164336	8.1643747	8.164326	8.1643732	8.1643363	8.1643913	8.1643641	8.164427	8.1644096	8.1644161	8.16437080	0.000037
0.585	8.6519351	8.651948	8.6519926	8.6519365	8.6519911	8.6519485	8.652012	8.6519805	8.6520533	8.6520332	8.6520409	8.65198830	0.0000429
0.63	9.2654094	9.2654245	9.2654774	9.2654113	9.2654758	9.2654255	9.2655005	9.2654634	9.2655493	9.2655255	9.2655349	9.26547250	0.0000507
0.675	10.054243	10.054264	10.054328	10.054248	10.054326	10.054266	10.054357	10.054309	10.054416	10.054387	10.054399	10.054322	0.0000621
0.72	11.099275	11.099295	11.099376	11.099279	11.099377	11.099299	11.099415	11.099359	11.09949	11.099453	11.099469	11.099371	0.0000782
0.765	12.542175	12.542207	12.542313	12.542182	12.542312	12.542212	12.542362	12.542288	12.542457	12.542411	12.542433	12.542305	0.0001024
0.81	14.656347	14.656386	14.656535	14.656354	14.656534	14.656396	14.656605	14.656501	14.656741	14.656673	14.656705	14.656525	0.0001433
0.855	18.047629	18.047691	18.047918	18.047646	18.047913	18.047713	18.04803	18.047872	18.048236	18.048133	18.048186	18.047906	0.00022
0.9	24.372669	24.407857	24.363629	24.410236	24.369785	24.393909	24.38836	24.374253	24.40741	24.36518	24.410323	24.387601	0.0191509

Tablica A.8: Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.2$ ($R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$).

A. TABLICE

$m =$	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150		
r	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	$\bar{B}_z$	M_{B_z}
0.	6.2323212	6.2323331	6.232375	6.2323221	6.2323732	6.2323331	6.2323926	6.232364	6.232431	6.2324131	6.2324191	6.2323707	0.00004
0.0375	6.2387952	6.2388072	6.2388491	6.2387961	6.2388474	6.2388071	6.2388668	6.2388382	6.2390053	6.2388874	6.2388934	6.2388449	0.0000401
0.075	6.2583186	6.2583306	6.2583729	6.2583195	6.2583712	6.2583306	6.2583907	6.2583619	6.2584296	6.2584115	6.2584176	6.2583686	0.0000404
0.1125	6.2911992	6.2912114	6.2912542	6.2912001	6.2912525	6.2912114	6.2912723	6.2912431	6.2913117	6.2912933	6.2912996	6.2912499	0.0000409
0.15	6.3379643	6.3379767	6.3380204	6.3379653	6.3380186	6.3379768	6.3380388	6.338009	6.3380789	6.3380602	6.3380666	6.338016	0.0000417
0.1875	6.3993829	6.3993956	6.3994403	6.3993839	6.3994386	6.3993957	6.3994593	6.3994288	6.3995004	6.3994812	6.3994878	6.3994359	0.0000428
0.225	6.4764994	6.4765124	6.4765586	6.4765004	6.4765568	6.4765126	6.4765781	6.4765467	6.4766205	6.4766007	6.4766076	6.476554	0.0000441
0.2625	6.5706816	6.570695	6.5707429	6.5706827	6.5707411	6.5706954	6.5707633	6.5707307	6.5708072	6.5707867	6.5707939	6.5707382	0.0000457
0.3	6.6836875	6.6837015	6.6837514	6.6836887	6.6837497	6.683702	6.6837728	6.6837389	6.6838186	6.6837972	6.6838048	6.6837466	0.0000477
0.3375	6.8177572	6.8177717	6.8178242	6.8177584	6.8178225	6.8177724	6.8178468	6.8178111	6.8178948	6.8178724	6.8178804	6.8178193	0.0000501
0.375	6.9757392	6.9757545	6.9758101	6.9757406	6.9758083	6.9757554	6.975834	6.9757964	6.9758849	6.9758611	6.9758697	6.9758049	0.000053
0.4125	7.1612673	7.1612836	7.1613427	7.1612689	7.161341	7.1612847	7.1613685	7.1613284	7.1614226	7.1613972	7.1614066	7.1613374	0.0000566
0.45	7.3790087	7.379026	7.3790896	7.3790105	7.3790879	7.3790276	7.3791175	7.3790745	7.3791755	7.3791483	7.3791586	7.3790841	0.0000608
0.4875	7.6350206	7.6350392	7.6351082	7.6350226	7.6351065	7.6350413	7.6351386	7.635092	7.6352014	7.635172	7.6351833	7.6351023	0.0000659
0.525	7.9372721	7.9372922	7.9373677	7.9372744	7.9373661	7.9372949	7.9374013	7.9373504	7.9374701	7.9374378	7.9374505	7.9373616	0.0000722
0.5625	8.2964281	8.2964502	8.2965337	8.2964308	8.2965323	8.2964537	8.2965713	8.2965151	8.2966473	8.2966115	8.296626	8.2965273	0.0000799
0.6	8.7270617	8.7270861	8.7271796	8.7270649	8.7271784	8.7270907	8.7272223	8.7271595	8.7273072	8.7272672	8.7272839	8.7271729	0.0000896
0.6375	9.2495903	9.2496182	9.249727	9.2495973	9.2497261	9.2496269	9.2497761	9.2497049	9.2498723	9.2498269	9.2498466	9.2497193	0.0001025
0.675	9.8935252	9.8935561	9.8936789	9.89353	9.8936786	9.8935646	9.8937365	9.8936546	9.8938474	9.893795	9.8938185	9.8936714	0.0001177
0.7125	10.7031	10.703136	10.703281	10.703106	10.703281	10.703148	10.70335	10.703254	10.70348	10.703416	10.703447	10.703273	0.0001385
0.75	11.742313	11.756407	11.738709	11.75735	11.741172	11.750808	11.748615	11.742964	11.756247	11.739345	11.757414	11.748304	0.007665

Tablica A.9: Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.5$ ($R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$).

A. TABLICE

$m =$	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150		
r	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	$\bar{B}_z$	M_{B_z}
0.	6.2100946	6.210108	6.210156	6.210091	6.2101541	6.2101037	6.2101762	6.2101435	6.2102202	6.2101996	6.2102067	6.21015030	0.0000467
0.035	6.2156713	6.2156847	6.2157328	6.2156676	6.2157309	6.2156803	6.2157531	6.2157202	6.2157971	6.2157764	6.2157836	6.21572710	0.0000468
0.07	6.2324765	6.23249	6.2325385	6.2324728	6.2325366	6.2324857	6.2325589	6.2325258	6.2326033	6.2325824	6.2325896	6.23253270	0.0000472
0.105	6.260739	6.2607527	6.2608017	6.2607353	6.2607998	6.2607483	6.2608224	6.2607889	6.2608672	6.2608461	6.2608535	6.26079590	0.0000477
0.14	6.3008488	6.3008627	6.3009125	6.300845	6.3009105	6.3008582	6.3009335	6.3008995	6.3009791	6.3009577	6.3009651	6.30090660	0.0000485
0.175	6.3533715	6.3533856	6.3534365	6.3533677	6.3534345	6.3533812	6.353458	6.3534233	6.3535045	6.3534826	6.3534903	6.35343050	0.0000495
0.21	6.4190696	6.419084	6.4191361	6.4190656	6.4191342	6.4190794	6.4191583	6.4191227	6.4192059	6.4191835	6.4191915	6.41913010	0.0000508
0.245	6.4989318	6.4989466	6.4990004	6.4989277	6.4989984	6.498942	6.4990233	6.4989866	6.4990724	6.4990493	6.4990575	6.49899420	0.0000524
0.28	6.5942143	6.5942296	6.5942853	6.59421	6.5942833	6.5942249	6.5943091	6.5942711	6.59436	6.594336	6.5943447	6.59427890	0.0000543
0.315	6.7064947	6.7065106	6.7065686	6.7064902	6.7065667	6.7065058	6.7065935	6.7065541	6.7066465	6.7066216	6.7066307	6.70656210	0.0000566
0.35	6.8377464	6.837763	6.8378238	6.8377417	6.8378219	6.8377581	6.83785	6.8378087	6.8379055	6.8378793	6.837889	6.837817	0.0000593
0.385	6.9904375	6.9904548	6.9905189	6.9904325	6.990517	6.9904498	6.9905467	6.9905032	6.9906051	6.9905776	6.9905879	6.99051190	0.0000625
0.42	7.1676666	7.1676848	7.1677529	7.1676613	7.167751	7.1676797	7.1677826	7.1677364	7.1678445	7.1678152	7.1678264	7.16774560	0.0000664
0.455	7.3733506	7.3733699	7.3734426	7.3733448	7.3734408	7.3733646	7.3734745	7.3734253	7.3735406	7.3735094	7.3735216	7.373435	0.000071
0.49	7.612487	7.6125076	7.6125858	7.6124807	7.6125841	7.6125022	7.6126205	7.6125676	7.6126915	7.6126579	7.6126713	7.61257790	0.0000764
0.525	7.8915297	7.8915518	7.8916367	7.8915228	7.8916351	7.8915462	7.8916746	7.8916174	7.8917516	7.8917151	7.89173	7.89162830	0.000083
0.56	8.2189368	8.2189608	8.2190537	8.2189291	8.2190523	8.2189549	8.2190957	8.2190331	8.2191798	8.2191398	8.2191536	8.21904450	0.0000906
0.595	8.6059914	8.6060175	8.6061203	8.6059826	8.6061192	8.6060114	8.6061672	8.6060982	8.6062601	8.6062159	8.6062349	8.60611080	0.0001008
0.63	9.0680654	9.0680942	9.0682092	9.0680554	9.0682085	9.0680879	9.0682624	9.0681853	9.0683661	9.0683166	9.0683385	9.068199	0.0001129
0.665	9.6266353	9.6266559	9.6267977	9.6266235	9.6267975	9.6266606	9.6268587	9.6267716	9.6269744	9.62692	9.6269457	9.62678550	0.000129
0.7	10.308035	10.319785	10.305037	10.320552	10.307088	10.315104	10.313294	10.308581	10.319667	10.305568	10.320632	10.313031	0.0063879

Tablica A.10: Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.6$ ($R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$).

A. TABLICE

$m =$	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150		
r	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	$\bar{B}_z$	M_{B_z}
0.	6.15295226	6.15296796	6.15302646	6.15295286	6.15302416	6.152968	6.15305096	6.15300316	6.15310416	6.15307126	6.15308776	6.153019	0.0000549
0.03	6.15692996	6.15694576	6.15700436	6.15693056	6.157002	6.15694576	6.15702876	6.15698096	6.157082	6.15704916	6.15706566	6.1569680	0.0000549
0.06	6.16890156	6.16891746	6.16897626	6.16890226	6.16897396	6.16891756	6.16900096	6.16895286	6.16905446	6.16902136	6.16903796	6.16896870	0.0000552
0.09	6.18898376	6.18899976	6.189059	6.18898446	6.18905676	6.18899986	6.18908386	6.18903546	6.18913786	6.18910446	6.18912126	6.18905140	0.0000556
0.12	6.21737416	6.21739026	6.21745026	6.21737486	6.21744796	6.21742636	6.21747536	6.21742636	6.21752986	6.21749616	6.21751316	6.21744260	0.0000562
0.15	6.25435636	6.25437276	6.25443356	6.25435716	6.25443126	6.25437296	6.254459	6.25440936	6.25451436	6.25449746	6.25442580	6.25442580	0.000057
0.18	6.30030786	6.30032436	6.30038626	6.30030856	6.30038396	6.30032466	6.30041236	6.30036166	6.30046856	6.30043356	6.30045146	6.30037840	0.000058
0.21	6.35570936	6.35572626	6.35578946	6.35571016	6.35578716	6.35572666	6.355816	6.35576436	6.35587346	6.35583776	6.355856	6.35578140	0.0000593
0.24	6.42115926	6.42117646	6.42124126	6.42116016	6.42123896	6.421177	6.42126866	6.42121556	6.42132736	6.42129066	6.42130966	6.42123310	0.0000607
0.27	6.49739056	6.49740826	6.49747476	6.49739146	6.49747246	6.49740896	6.497503	6.49744846	6.49756336	6.49752556	6.49746650	6.49746650	0.0000624
0.3	6.58529346	6.58531156	6.58538026	6.58529436	6.58537796	6.58531246	6.58540956	6.58535316	6.58547176	6.58543266	6.58545316	6.58537180	0.0000644
0.33	6.68594436	6.685963	6.68603416	6.68594536	6.68603196	6.68596416	6.68606456	6.686006	6.68612896	6.68608836	6.68610986	6.68602550	0.0000667
0.36	6.80064316	6.80066246	6.80073646	6.80064426	6.80073426	6.80066386	6.80076816	6.80070726	6.80083516	6.80079276	6.80081536	6.80072750	0.0000693
0.39	6.93096116	6.93098116	6.93105836	6.93096236	6.93105626	6.93098286	6.93109176	6.93102796	6.93116156	6.93111716	6.931141	6.93104920	0.0000724
0.42	7.07880377	7.07882457	7.07890557	7.078805	7.07890347	7.07882667	7.07894077	7.07887377	7.07901387	7.07896717	7.07899267	7.07889610	0.0000759
0.45	7.24649267	7.24651447	7.24659987	7.24649417	7.24659777	7.24651697	7.24663717	7.24656637	7.24671417	7.24666457	7.24668817	7.24658960	0.0000795
0.48	7.43687517	7.43689797	7.43698847	7.43687677	7.43698647	7.436901	7.43702817	7.43695297	7.43710957	7.43705677	7.43708637	7.43697810	0.0000847
0.51	7.65347027	7.65349437	7.65359057	7.653472	7.65358877	7.653498	7.65363317	7.65355287	7.65371757	7.65366327	7.65369537	7.65357960	0.0000898
0.54	7.900669	7.900691	7.90079767	7.900671	7.900796	7.900699	7.90084367	7.90075727	7.90093617	7.90087517	7.90090747	7.90078570	0.0000965
0.57	8.18401128	8.18403838	8.18414938	8.18401348	8.18414798	8.18404378	8.18419938	8.18410588	8.18429888	8.18423258	8.18427168	8.18413740	0.000104
0.6	8.50712918	8.51595398	8.50488828	8.51654068	8.50642688	8.512451	8.51108938	8.50752328	8.51588058	8.50527058	8.516601	8.51088670	0.0048018

Tablica A.11: Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.8$ ($R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$).

A. TABLICE

$m =$	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	
r	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	M_{B_z}
0.	6.11778046	6.11779716	6.11786	6.11778086	6.11779716	6.11788816	6.11784286	6.117943	6.11791556	6.11792546	6.11785320	0.0000594
0.0275	6.12106056	6.12107726	6.12114026	6.12106096	6.12113766	6.12116636	6.121123	6.12122336	6.12119586	6.12120576	6.12113340	0.0000594
0.055	6.13092716	6.13094386	6.131007	6.13092756	6.13100456	6.13094386	6.13103336	6.13098986	6.13109056	6.13106296	6.13107286	0.0000597
0.0825	6.14745966	6.14747646	6.14754	6.14746	6.14753746	6.14747646	6.14756646	6.14752276	6.147624	6.14759626	6.14760626	0.00006
0.11	6.17079216	6.170809	6.17087326	6.17079256	6.17080916	6.17089996	6.17085586	6.17095796	6.17092996	6.17094016	6.17086640	0.0000606
0.1375	6.20111646	6.20113356	6.20119846	6.20111696	6.20119596	6.20122556	6.20118096	6.20128426	6.20125586	6.20126626	6.20119160	0.0000613
0.165	6.23868616	6.23870346	6.23876926	6.23868656	6.23876676	6.23870366	6.23879676	6.23875156	6.23885626	6.23882756	6.238838	0.0000622
0.1925	6.28382196	6.28383956	6.28390646	6.28382246	6.28390396	6.28383976	6.28393446	6.28388846	6.28399496	6.28396566	6.28397646	0.0000632
0.22	6.33691916	6.336937	6.33700526	6.33691966	6.33700276	6.33693746	6.33703386	6.336987	6.33709556	6.33706576	6.33707686	0.0000645
0.2475	6.398457	6.39847526	6.398545	6.39845756	6.39854256	6.39847576	6.39857436	6.39852646	6.39863746	6.39860686	6.39861836	0.0000659
0.275	6.46901016	6.46902876	6.46910036	6.46901076	6.46909786	6.46902946	6.46913056	6.46908146	6.46919516	6.46916386	6.46917566	0.0000676
0.3025	6.54926356	6.54928256	6.54935626	6.54926416	6.54935376	6.54928336	6.54938736	6.54933686	6.54945376	6.54942156	6.54943386	0.0000695
0.33	6.64003066	6.64005016	6.64012616	6.64003126	6.64012366	6.64005116	6.64015836	6.64010636	6.64022686	6.64019356	6.64020636	0.0000717
0.3575	6.74227666	6.74229676	6.74237536	6.74227736	6.74237296	6.74229796	6.74240886	6.742355	6.74247966	6.74244526	6.74245866	0.0000742
0.385	6.85714776	6.85716846	6.85725016	6.85714856	6.85724776	6.85716996	6.857285	6.85722926	6.85735856	6.85732276	6.85733686	0.0000771
0.4125	6.98600786	6.98602936	6.98611436	6.98600866	6.986112	6.98603116	6.98615096	6.98609286	6.98622746	6.98619016	6.986205	0.0000803
0.44	7.13048587	7.13050817	7.13059717	7.13048677	7.13059487	7.13051037	7.13063557	7.13057487	7.13071557	7.13067657	7.13068857	0.0000836
0.4675	7.292536	7.29255927	7.29265277	7.29253717	7.29265047	7.29256197	7.29269337	7.29262957	7.29277717	7.29273617	7.292753	0.0000882
0.495	7.47451697	7.47454117	7.47463977	7.474518	7.47463757	7.47454437	7.47468277	7.47461567	7.474771	7.47472787	7.47474587	0.000093
0.5225	7.67929397	7.67931937	7.67942377	7.67929527	7.67942177	7.67933231	7.67946967	7.67939857	7.67956297	7.67951427	7.67953667	0.0000982
0.55	7.90731187	7.91516257	7.905332327	7.91568257	7.90669117	7.91204537	7.91083657	7.90768317	7.91510477	7.90568357	7.91574377	0.0042675

Tablica A.12: Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 0.9$ ($R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$).

A. TABLICE

$m =$	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	
r	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	M_{B_z}
0.	5.86768325	5.86770195	5.86777865	5.86768075	5.86777415	5.867699	5.86780755	5.86775335	5.86787555	5.86784055	5.86785285	5.86776790.0000706
0.015	5.86852225	5.86854095	5.86861765	5.86851965	5.86861315	5.868538	5.86864655	5.86859235	5.86871455	5.86867955	5.86869185	5.86860690.0000706
0.03	5.87104085	5.87105955	5.87113625	5.87103825	5.87113175	5.87105665	5.87116525	5.871111	5.87123325	5.87119825	5.87121065	5.87112560.0000707
0.045	5.87524415	5.87526285	5.87533975	5.87524155	5.87533525	5.87525995	5.87536875	5.87531445	5.87543685	5.87540185	5.87541415	5.875329 0.0000708
0.06	5.88114065	5.88115945	5.88123645	5.881138	5.88123195	5.88115645	5.88126555	5.881211	5.88133375	5.88129865	5.881311	5.88122570.0000709
0.075	5.88874235	5.88876115	5.88883835	5.88873975	5.88883885	5.88875825	5.88886755	5.88881295	5.888936	5.88890075	5.88891325	5.88882760.0000711
0.09	5.89806475	5.89808355	5.898161	5.89806215	5.89815655	5.89808065	5.89819035	5.89813565	5.898259	5.89822365	5.89823615	5.89815030.0000714
0.105	5.90912685	5.90914575	5.90922355	5.90912425	5.909219	5.90914285	5.90925295	5.90919795	5.90932195	5.90928645	5.90929895	5.90921270.0000717
0.12	5.92195145	5.92197045	5.92204865	5.92194885	5.922044	5.92196755	5.92207815	5.92202295	5.92214745	5.92211175	5.92212435	5.92203770.000072
0.135	5.93656515	5.93658415	5.93666275	5.93656245	5.93665815	5.93658125	5.93669245	5.93663695	5.936762	5.93672615	5.93673885	5.93665180.0000724
0.15	5.95299825	5.95301735	5.95309645	5.95299555	5.95309185	5.95301445	5.95312625	5.95307045	5.95319625	5.95316015	5.953173	5.95308540.0000728
0.165	5.97128535	5.97130445	5.971384	5.97128255	5.97137945	5.97130155	5.97141415	5.97135795	5.97148455	5.97144825	5.97146115	5.971373 0.0000732
0.18	5.991465	5.99148435	5.99156445	5.99146225	5.99155985	5.99148145	5.99159475	5.99153815	5.99166565	5.991629	5.99164215	5.99155330.0000738
0.195	6.01358056	6.01359996	6.01368076	6.01357776	6.013676	6.013597	6.01371126	6.01365416	6.01378276	6.01374576	6.01375896	6.01366950.0000743
0.21	6.03767956	6.037699	6.03778056	6.03767666	6.0377586	6.03769616	6.03781136	6.03775376	6.03788336	6.037846	6.03785946	6.03776920.0000749
0.225	6.06381456	6.06383426	6.06391646	6.06381166	6.06391176	6.06383136	6.06394756	6.06388946	6.06402026	6.06398256	6.06399616	6.063905 0.0000756
0.24	6.09204336	6.09206316	6.09214616	6.09204036	6.09214146	6.09206016	6.09217756	6.09211886	6.09224526	6.09221286	6.09222656	6.09213410.0000755
0.255	6.12242876	6.12244866	6.12253256	6.12242576	6.12252786	6.12244576	6.12256436	6.122505	6.12263846	6.12259996	6.12261386	6.12252090.0000771
0.27	6.15503956	6.15505966	6.15514446	6.15503646	6.15513966	6.15505666	6.15517656	6.15511656	6.15525146	6.15521256	6.15522666	6.15513270.0000779
0.285	6.18995	6.18997086	6.19005616	6.18994736	6.19005136	6.18996766	6.19008896	6.190028	6.19016476	6.190125	6.19013976	6.19004450.0000788
0.3	6.22525826	6.23034366	6.22398916	6.23067256	6.22487126	6.22831976	6.22756136	6.22550586	6.23033386	6.22422846	6.23073966	6.22743850.0027614

Tablica A.13: Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 1.4$ ($R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$).

A. TABLICE

$m =$	140	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	
r	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	B_z	M_{B_z}
0.015	5.55379795	5.55381515	5.55389295	5.55378965	5.55388475	5.55380525	5.55391595	5.55385815	5.553983	5.55394515	5.55395645	5.55387670.0000687
0.02	5.55429885	5.55431615	5.55439385	5.55429065	5.55438575	5.55430615	5.55441695	5.55435915	5.554484	5.55444615	5.55445735	5.55437770.0000687
0.025	5.55494295	5.55496025	5.555038	5.55493475	5.55502985	5.55495035	5.555061	5.55500325	5.5512815	5.55509025	5.5510155	5.55502180.0000688
0.03	5.55573045	5.55574765	5.55582545	5.55572215	5.55581735	5.55573775	5.55584855	5.55579065	5.5591565	5.5587775	5.555889	5.55580930.0000688
0.035	5.55666115	5.55667845	5.55675625	5.55665295	5.55674815	5.55666855	5.5677935	5.5672145	5.5684645	5.5680855	5.5681985	5.5674010.0000688
0.04	5.55773545	5.55775275	5.55783055	5.55772715	5.55782245	5.55774275	5.55785365	5.55779575	5.55792075	5.55788285	5.55789415	5.55781430.0000688
0.045	5.55895325	5.55897055	5.55904845	5.55894495	5.55904025	5.55896055	5.55907145	5.55901355	5.55913865	5.55910065	5.55911195	5.55903220.0000688
0.05	5.56031475	5.560332	5.56040995	5.56030655	5.56040185	5.560322	5.560433	5.56037515	5.56050025	5.56046225	5.56047355	5.56039370.0000689
0.055	5.56182015	5.56183745	5.56191545	5.56181185	5.56190725	5.56182745	5.56193845	5.56188045	5.56200565	5.56196765	5.56197895	5.56189910.0000689
0.06	5.56346955	5.56348685	5.56356485	5.56346125	5.56355665	5.56347675	5.56358795	5.56352985	5.56365515	5.563617	5.56362845	5.56354850.0000689
0.065	5.565263	5.56528035	5.56535845	5.56525475	5.56535025	5.56527035	5.56538145	5.56532345	5.56544875	5.56541065	5.565422	5.56534210.000069
0.07	5.56720095	5.56721825	5.56729635	5.56719265	5.56728815	5.56720825	5.56731945	5.56726135	5.56738675	5.56734865	5.56736	5.56728
0.075	5.56928345	5.56930075	5.56937885	5.569275	5.56937065	5.56929065	5.56940195	5.56934375	5.56946935	5.56943115	5.56944255	5.56936250.000069
0.08	5.57151055	5.57152815	5.57160595	5.57150245	5.57159785	5.57151785	5.57162925	5.57157095	5.57169675	5.57165835	5.57166995	5.57158980.0000691
0.085	5.57388165	5.57390195	5.57397645	5.57387625	5.57396895	5.57389055	5.57400165	5.57394245	5.57407015	5.57402945	5.57404335	5.573962
0.09	5.57638735	5.57643715	5.576474	5.57641185	5.57647315	5.576414	5.57652075	5.57645155	5.57660085	5.57653195	5.57657465	5.57647970.0000695
0.095	5.57892265	5.57929635	5.57891365	5.57928395	5.57898245	5.57914845	5.57920265	5.57901055	5.57942795	5.57900535	5.57941745	5.57914650.0001915
0.1	5.58028215	5.58435785	5.57927515	5.58461355	5.57997845	5.58272835	5.58213435	5.58047995	5.58435865	5.57946695	5.58467575	5.58203190.00221

Tablica A.14: Ovisnost $B_z(r)$ za debljinu torusa $\Delta R = 1.8$ ($R_{uk} = 1$, $I_{uk} = 1$).

Dodatak B

Programi

Popis MATHEMATICA i *Fortran 90* programa kojima se vršio proračun:

- 2D magnetsko polje prstena: `B2D.nb`
- 3D magnetsko polje prstena: `B3D.nb`
- Torus od strujnih petlji: `torus_v2.nb`
- Torus od strujnih petlji – $B_z(m)$: `torus_v2-Bz(m).nb`
- Torus od strujnih petlji – ovisnost o debljini, $B_z(\Delta R)$:
`torus_v2-Bz(DeltaR).nb`
- Torus od strujnih petlji – ovisnost o radijalnoj udaljenosti od središta torusa, $B_z(r)$: `torus_v2-Bz(r).nb`
- Torus od strujnih petlji – Tok: `torus_v2-Tok.nb`
- Torus od strujnih petlji – ovisnost magnetskog tlaka o debljini torusa:
`torus_v2-Tlak(DeltaR).nb`
- Fortran 90 program: `torus_v2.f90` i pripadni modul s definiranim vektorskim operacijama: `vector.f90`

2D magnetsko polje prstena

```
Remove["Global`*"]

Off[General::"spell"]

<< Graphics`PlotField`
<< Graphics`PlotField3D`

$Packages

SetDirectory["C:\\Torus\\B2D\\"];

$TextStyle = {FontFamily -> "Times", FontSize -> 12};
$FormatType = TraditionalForm;
```

2) Računanje polja (xz-ravnina)

Biot-Savartov zakon za magnetsko polje proizvoljne distribucije struje:

$$\vec{B} = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \text{ gdje je } \vec{r} = \vec{r}_{\text{prom}} - \vec{r}_{\text{prsten}}$$

Potreban je radijus vektor elementa prstena po kojem se vrši integracija i radijus vektor točke promatranja:

```
Rpetlja = {Cos[phi], Sin[phi], 0};
Rprom = {x, 0, z};
R = Rprom - Rpetlja;
```

Sada se može izvršiti integracija po ϕ da se nađe ukupno magnetsko polje. Integrali se mogu i više pojednostaviti, ali se numerički računaju pa nije potrebno:

```
dl = Cross[{0, 0, 1}, Rpetlja];
mag[a_] := Sqrt[a.a];
dB = Simplify[Cross[dl, R] / mag[R]^3]
```

Analitički

```
Bx = Simplify[
  Integrate[dB[[1]], {phi, 0, 2 pi}, GenerateConditions -> False]]

By = Simplify[
  Integrate[dB[[2]], {phi, 0, 2 pi}, GenerateConditions -> False]]

Bz = Simplify[
  Integrate[dB[[3]], {phi, 0, 2 pi}, GenerateConditions -> False]]

B = {Bx, By, Bz}
```

■ Provjeravanje

Na osi prstena ($x, y=0$), polje se može usporediti i provjeriti s izrazima u raznim udžbenicima:

```
Bos = Limit[B, x -> 0]
```

U centru prstena:

```
Bcentar = Bos /. z -> 0
```

Vrijednost magnetskog polja u određenoj točki - dobiveno analitički:

```
Subst = {x -> 0.3, z -> 0.6}
N[B /. Subst, 15]
```

■ Magnetsko polje

```
Plot[Bz /. z -> 0, {x, -.99, .99}, AxesLabel -> {"x", "Bz"}]

Plot3D[Bz, {x, -.99, .99}, {z, -10, 10},
  PlotPoints -> 200, Mesh -> False, FaceGrids -> All,
  AxesLabel -> {"x", "z", "Bz"}, PlotRange -> All]

PlotVectorField[{Bx, Bz}, {x, -2, 2},
  {z, -1, 1}, PlotPoints -> 30, MaxArrowLength -> 10.5,
  ScaleFactor -> 3, DisplayFunction -> Identity];
Show[%, Graphics[{Hue[1], PointSize[0.02],
  Point[{-1, 0}], Point[{1, 0}]}], Frame -> True,
  FrameLabel -> {"x", "z"}, DisplayFunction -> $DisplayFunction]

PlotVectorField3D[B, {x, -1.1, 1.1}, {y, -1.1, 1.1},
  {z, -0.5, 0.5}, PlotPoints -> 15, VectorHeads -> True];
Export["B2D.dxf", %]
```

Ovaj graf se može klikom miša rotirati (ali probati izbjeći ako nije potrebno):

```
<< RealTime3D`
RealTimeGraphicsDisplayFunction[%]
```

b) Numerički xy-ravnina

```
Rpetlja = {Cos[φ], Sin[φ], 0};
Rprom = {x, y, 0};
R = Rprom - Rpetlja;

dl = Cross[{0, 0, 1}, Rpetlja];
mag[a_] := Sqrt[a.a];
dB = Simplify[Cross[dl, R] / mag[R]^3]

Bxnum[xp_, yp_, zp_] := Simplify[
  NIntegrate[dB[[1]] /. {x -> xp, y -> yp, z -> zp}, {φ, 0, 2 π}]]
```

```

Bynum[xp_, yp_, zp_] := Simplify[
  NIntegrate[dB[[2]] /. {x → xp, y → yp, z → zp}, {φ, 0, 2 π}]

Bznum[xp_, yp_, zp_] := Simplify[
  NIntegrate[dB[[3]] /. {x → xp, y → yp, z → zp}, {φ, 0, 2 π}]

Bznum[.5, 2, 0]

Plot3D[Bznum[x, y, 0], {x, -1.1, 1.1},
  {y, -1.1, 1.1}, PlotPoints → 200, Mesh → False,
  FaceGrids → All, AxesLabel → {"x", "y", "Bz"}]
```

■ Numerička mreža plošnog polja

```

Bnum = Flatten[Table[{x, y, z},
  Chop[{Bxnum[x, y, z], Bynum[x, y, z], Bznum[x, y, z]}],
  {x, -.7, .7, .1}, {y, -.7, .7, .1}, {z, -2, 2, .1}], 2];
```

■ Magnetsko polje na plohi (numerički)

```

ListPlotVectorField3D[Bnum, MaxArrowLength → 10];
Export["B2Dnum.dxf", %]
```

Ovaj graf se može klikom miša rotirati (ali probati izbjeći ako nije potrebno):

```

<< RealTime3D`
RealTimeGraphicsDisplayFunction[%%]
```

3D magnetsko polje prstena

```
Remove["Global`*"]

Off[General::"spell"]

<< Graphics`PlotField`
<< Graphics`PlotField3D`
<< Graphics`Shapes`

$Packages

SetDirectory["C:\\Torus\\B3D\\"];

$TextStyle = {FontFamily -> "Times", FontSize -> 12};
$FormatType = TraditionalForm;
```

1) Računanje polja

Biot-Savartov zakon za magnetsko polje proizvoljne distribucije struje:

$$\vec{B} = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \text{ gdje je } \vec{r} = \vec{r}_{\text{prom}} - \vec{r}_{\text{prsten}}$$

Potreban je radijus vektor elementa prstena po kojem se vrši integracija i radijus vektor točke promatranja:

```
Rpetlja = {Cos[phi], Sin[phi], 0};
Rprom = {x, y, z};
R = Rprom - Rpetlja;
```

Uzima se Bio-Savartov zakon kako bi se izračunalo magnetsko polje elementa struje, zanemaruju se sve konstante radi jednostavnosti. Također je potrebno definirati vektor $d\vec{l}$ elementa struje:

```
d1 = Cross[{0, 0, 1}, Rpetlja];
mag[a_] := Sqrt[a.a];
dB = Simplify[Cross[d1, R] / mag[R]^3]
```

Sada se može izvršiti integracija po ϕ da se nađe ukupno magnetsko polje. Integrali se mogu i više pojednostaviti, ali se numerički računaju pa nije potrebno:

a) Analitički

```
Bx = Simplify[
  Integrate[dB[[1]], {phi, 0, 2 pi}, GenerateConditions -> False]

By = Simplify[
  Integrate[dB[[2]], {phi, 0, 2 pi}, GenerateConditions -> False]
```

```
Bz = Simplify[
  Integrate[dB[[3]], {φ, 0, 2 π}, GenerateConditions → False]]
```

■ Provjeravanje

Na osi prstena ($x,y=0$), polje se može usporediti i provjeriti s izrazima u raznim udžbenicima:

```
B = {Bx, By, Bz};
Bos = Limit[B, x -> 0]
```

U centru prstena:

```
Bcentar = Bos /. z -> 0
```

Vrijednost magnetskog polja u određenoj točki - dobiveno analitički:

```
Subst = {x -> 0.3, y -> 0.6}
N[B /. Subst, 15]
```

Ili, numeričkom integracijom:

```
Bxnum = NIntegrate[dB[[1]] /. Subst, {φ, 0, 2 π}]
Bynum = NIntegrate[dB[[2]] /. Subst, {φ, 0, 2 π}]
Bznum = NIntegrate[dB[[3]] /. Subst, {φ, 0, 2 π}]
```

Bolje je u ovom slučaju uzimati analitičko rješenje jer *Mathematica* na vrlo brzi način računa specijalne eliptičke funkcije koje se pojavljuju u rješenju.

■ Magnetsko polje

```
PlotVectorField[{Bx, Bz}, {x, -2, 2}, {z, -1, 1},
  PlotPoints → 30, MaxArrowLength → 10.5, ScaleFactor -> 1]
```

Ovaj graf se može klikom miša rotirati:

```
PlotVectorField3D[B, {x, -1.1, 1.1},
  {y, -1.1, 1.1}, {z, -0.5, 0.5}, PlotPoints → 15,
  VectorHeads → True, DisplayFunction → Identity];
RealTimeGraphicsDisplayFunction[%]
Export["B3D.dxf", %]
```

b) Numerički

```
Bx[xp_, yp_, zp_] := Simplify[
  NIntegrate[dB[[1]] /. {x → xp, y → yp, z → zp}, {φ, 0, 2 π}]]

By[xp_, yp_, zp_] := Simplify[
  NIntegrate[dB[[2]] /. {x → xp, y → yp, z → zp}, {φ, 0, 2 π}]]

Bz[xp_, yp_, zp_] := Simplify[
  NIntegrate[dB[[3]] /. {x → xp, y → yp, z → zp}, {φ, 0, 2 π}]]
```

■ Numerička mreža polja

```
Bnum = Flatten[Table[
  {{x, y, z}, Chop[{Bx[x, y, z], By[x, y, z], Bz[x, y, z]}]},
  {x, -2, 2, .3}, {y, -2, 2, .3}, {z, -2, 2, .3}], 2];
```

■ Magnetsko polje (numerički)

Ovaj graf se može klikom miša rotirati:

```
ListPlotVectorField3D[Bnum, MaxArrowLength → 1,
  PlotPoints → 20, DisplayFunction → Identity];
Show[{Graphics3D[{EdgeForm[], Torus[1, 0.05, 50, 50]}], %},
  PlotRange → All, Axes → True, AxesLabel → {"x", "y", "z"}];
RealTimeGraphicsDisplayFunction[%]
Export["B3Dnum.dxf", %%]

ListPlotVectorField3D[Bnum, MaxArrowLength → 1,
  PlotPoints → 20, DisplayFunction → Identity];
grafpolja = Show[
  {Graphics3D[{EdgeForm[], Torus[1, 0.05, 50, 50]}], %},
  PlotRange → All, Axes → False, Boxed → True]
```

Animacije

```
animirano = Table[Show[grafpolja, ViewPoint →
  5 * {Sin[φ / 2] Cos[φ], Sin[φ / 2] Sin[φ], Cos[φ / 2]},
  DisplayFunction → Identity], {φ, 0, 2 π, 2 π / 500}];

Do[Export["animirano\\B3Danime-" <> ToString[i] <> ".png",
  animirano[[i]]], {i, 1, Dimensions[animirano][[1]]}];

<< RealTime3D`

Table[Show[RotateShape[grafpolja, φ, 0, φ], Boxed → True],
  {φ, 0, 2 π, 2 π / 10}];

θ = φ / 3;
Table[Show[grafpolja,
  ViewPoint → 3 * {Sin[θ] Cos[φ], Sin[θ] Sin[φ], Cos[θ]},
  Boxed → True, BoxRatios → {1, 1, 1}], {φ, 0, 2 π, 2 π / 50}];
```

Torus od strujnih petlji

```
Off[General::"spell"]

Remove["Global`*"]

<< Graphics`Legend`

SetDirectory["C:\\Torus\\Torus v2\\"];

$TextStyle = {FontFamily -> "Times", FontSize -> 14};
$FormatType = TraditionalForm;
```

Ulazni parametri:

Polumjer torusa je:

```
Ruk = 1;
```

Debljina torusa:

```
 $\Delta R = 0.8 \text{ Ruk};$ 
```

Ukupna struja kroz cijeli torus:

```
iuk = 1;
```

Radijusi unutarnjih i vanjskih stijenki torusa:

```
RubUnutarnji = Ruk -  $\Delta R$  / 2;
RubVanjski = Ruk +  $\Delta R$  / 2;
```

Referentne točke - služe za provjeru računa:

```
T[0] = {0, 0, 0};
T[1] = {RubUnutarnji, 0, 0};
T[2] = {RubVanjski, 0, 0};
```

Presjek torusa

Promjer presjeka torusa je rascijepkan na m ćelija u čijem središtu se nalazi jedan čvor (naziv za presjek petlje u 3D "torusnom" slučaju). Ujedno pozicija tog čvora označava početak koncentričnih kružnica od kojih se presjek i sastoji. Na svakoj takvoj kružnici se postavljaju čvorovi.

```
m = 150;
```

Ćelije su duljine δ što je ujedno i razmak među čvorovima:

```
 $\delta = \Delta R / m$ 
```

Zahtijeva se da radijalna i "lučna" linijska gustoća čvorova budu jednakog iznosa (da se postigne jednolikost plosne gustoće čvorova):

$$\lambda = m / \Delta R$$

Radijus 1. čvora (broji se od ruba torusa prema središtu presjeka, O') odmaknut je od ruba za $\delta/2$:

$$rp1 = \Delta R / 2 - \delta / 2$$

Radijus k -tog čvora:

$$rp[k_] := rp1 - (k - 1) \delta$$

Ukupan broj čvorova na k -toj kružnici određen je linijskom gustoćom i opsegom kružnice. FLOOR naredba korištena zbog necjelobrojnosti umnoška:

$$p[k_] := \text{Floor}[\lambda \, 2 \pi \, rp[k]]$$

Kutni razmak (gledan iz središta presjecišta, O') između dva uzastopna čvora na istoj k -toj kružnici je $\Delta\alpha_k = \frac{2\pi}{p_k} = \frac{2\pi}{2\pi\lambda} \frac{1}{r_k} = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{r_k}$. Upotrebljena je IF naredba da se uključi i čvor u središtu torusa za neparan m (jer tada $r_k \rightarrow 0$ i $\Delta\alpha \rightarrow \infty$):

$$\Delta\alpha[k_] := \text{If}[rp[k] == 0, 0, \frac{1}{\lambda} \frac{1}{rp[k]}]$$

Ukupan broj koncentričnih kružnica koje čine presjek torusa:

$$K = \text{Ceiling}[m / 2]$$

Provjera vrijednosti za zadnju kružnicu:

$$rp[K]$$

$$p[K]$$

$$\Delta\alpha[K]$$

Ukupan broj čvorova (kasnije i petlji):

$$\text{ukupanbrojcvorova} = \text{Sum}[1, \{k, 1, K\}, \{n, 0, p[k]\}]$$

2D pozicije čvorova:

```

cvorovi = Table[
  rp[k] {Cos[n Δα[k]], Sin[n Δα[k]]}, {k, 1, K}, {n, 0, p[k]};

points = Point /@ Flatten[cvorovi, 1];

Dimensions[%]

Show[Graphics[Text["m = " <> ToString[m], {-0.3, 0.375}]],
  Graphics[
    {RGBColor[0, 0, 1], AbsolutePointSize[0.00001], points}],
  Graphics[{RGBColor[1, 0, 0], Circle[{0, 0}, ΔR / 2]}],
  Axes → None, Frame → True,
  GridLines → None, AspectRatio → Automatic]

```

Crtanje superponiranih presjeka

```

rp[k_] := rp1 - (k - 1)  $\delta$ ;
p[k_] := Floor[ $\lambda$  2  $\pi$  rp[k]] ;
 $\Delta\alpha[k_] := \text{If}[rp[k] == 0, 0, \frac{1}{\lambda} \frac{1}{rp[k]}]$  ;

presjek[m_] := (
   $\delta = \Delta R / m$ ;
   $\lambda = m / \Delta R$ ;
  rp1 =  $\Delta R / 2 - \delta / 2$  ;
  K = Ceiling[m / 2] ;
  cvorovi = Table[rp[k] {Cos[n  $\Delta\alpha$ [k]], Sin[n  $\Delta\alpha$ [k]]}, {k, 1, K},
    {n, 0, p[k]}]; points = Point /@ Flatten[cvorovi, 1];
  {Graphics[{RGBColor[0, 0, 1], PointSize[0.001], points}],
    Graphics[{RGBColor[1, 0, 0], Circle[{0, 0},  $\Delta R / 2$ ]}}]

Table[
  Export["animirano\\torus_v2_" <> ToString[i] <> ".gif",
    Show[{Graphics[Text["m = " <> ToString[i], {-0.3, 0.375}]],
      presjek[i]], Axes → None, Frame → True,
      GridLines → None, AspectRatio → Automatic]], {i, 1, 100}];

Show[
  {Graphics[Text["m = 1, ..., " <> ToString[m], {-0.3, 0.375}]],
    Table[presjek[i], {i, 1, 50}]], Axes → None,
  Frame → True, GridLines → None, AspectRatio → Automatic]

```

Torus - 3D slika

$m = 10$;

Ćelije su duljine δ što je ujedno i razmak među čvorovima:

$$\delta = \Delta R / m$$

Zahtijeva se da radijalna i "lučna" linijska gustoća čvorova budu jednakog iznosa (da se postigne jednolikost plošne gustoće čvorova):

$$\lambda = m / \Delta R$$

Radijus vektor koji opisuje položaj O' - središte presjeka torusa:

$$\text{vectorRuk} = \text{Ruk} \{ \cos[\phi], \sin[\phi], 0 \};$$

Radijus 1. petlje (broji se od ruba torusa prema središtu presjeka, O') odmaknut je od ruba za $\delta/2$:

$$rp1 = \Delta R / 2 - \delta / 2$$

Radijus k -te petlje:

```
rp[k_] := rp1 - (k - 1) δ
```

Projekcija vektora iz O' (k, n)-te petlje na xy-ravninu :

```
rxxy[k_, n_] := rp[k] Cos[n Δα[k]]
```

Vektor iz O' petlje[k, n]:

```
rp[k_, n_] :=  
{rxxy[k, n] Cos[φ], rxxy[k, n] Sin[φ], rp[k] Sin[n Δα[k]]}
```

Pozicija petlje od ishodišta O (centar torusa):

```
Rpetlja[k_, n_] := vectorRuk + rp[k, n]
```

```
Rpetlja[1, 0]
```

Broj petlji na k-toj kružnici:

```
p[k_] := Floor[λ 2 π rp[k]]
```

Kutni razmak (gledan iz središta presjecišta, O') između dva uzastopna čvora na istoj k-toj kružnici je $\Delta\alpha_k = \frac{2\pi}{p_k} = \frac{2\pi}{2\pi\lambda} \frac{1}{r_k} = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{r_k}$. Upotrebljena je IF naredba da se uključi i čvor u središtu torusa za neparan m:

```
Δα[k_] := If[rp[k] == 0, 0,  $\frac{1}{\lambda} \frac{1}{rp[k]}$ ]
```

Ukupan broj koncentričnih kružnica koje čine presjek torusa:

```
K = Ceiling[m / 2]
```

```
petlje =
```

```
Flatten[Table[Rpetlja[k, n], {k, 1, K}, {n, 0, p[k]}], 1];
```

```
torus3D =
```

```
ParametricPlot3D[Evaluate[petlje], {φ, 0, 2 π}, Axes → True,  
Boxed → True, FaceGrids → All, AspectRatio → Automatic];
```

```
Show[torus3D, ViewPoint -> {-0.000, -3.100, 0.000}]
```

```
Export["torus_v2.dxf", torus3D]
```

```
<< RealTime3D`
```

```
Show[torus3D]
```

Korak po korak

```
m = 50;
```

```
Rprom = T[1];
```

```
δ = ΔR / m;
```

```
λ = m / ΔR;
```

```
K = Ceiling[m / 2] ;
```

```

vectorRuk = Ruk {Cos[φ], Sin[φ], 0};

rp1 = ΔR / 2 - δ / 2 ;
rp[k_] := rp1 - (k - 1) δ

rxy[k_, n_] := rp[k] Cos[n Δα[k]]
rp[k_, n_] :=
  {rxy[k, n] Cos[φ], rxy[k, n] Sin[φ], rp[k] Sin[n Δα[k]]}

p[k_] := Floor[λ 2 π rp[k]]
Δα[k_] := If[rp[k] == 0, 0,  $\frac{1}{\lambda} \frac{1}{rp[k]}$ ]

Rpetlja[k_, n_] := vectorRuk + rp[k, n]

mag[a_] := Sqrt[a.a]

Sum[

  r = Rprom - Rpetlja[k, n];

  ikn = iuk / Sum[1, {k, 1, K}, {n, 0, p[k]}];
  dl = Cross[{0, 0, 1}, Rpetlja[k, n]];
  dB = ikn * Cross[dl, r] / mag[r]^3;

  (*Print["m=", m, ", k=", k, ", n=", n, ", δ=", δ,
    ", pk=", p[k], ", R(", k, ", ", n, ")=", Rpetlja[k, n],
    ", dBz(", k, ", ", n, ")=", Simplify[dB[[3]]]; *)

  NIntegrate[dB[[3]], {φ, 0, 2 π},
    {k, 1, K}, {n, 0, p[k]}

]

```

Računanje B_z cijelog 3D torusa

```

vectorRuk = Ruk {Cos[φ], Sin[φ], 0};

rp1 = ΔR / 2 - δ / 2 ;
rp[k_] := rp1 - (k - 1) δ

rxy[k_, n_] := rp[k] Cos[n Δα[k]]
rp[k_, n_] :=
  {rxy[k, n] Cos[φ], rxy[k, n] Sin[φ], rp[k] Sin[n Δα[k]]}

p[k_] := Floor[λ 2 π rp[k]]
Δα[k_] := If[rp[k] == 0, 0,  $\frac{1}{\lambda} \frac{1}{rp[k]}$ ]

Rpetlja[k_, n_] := vectorRuk + rp[k, n]

mag[a_] := Sqrt[a.a]

BzLista[mOd_, mDo_, Rprom_] := Table[{m,
  λ = m / ΔR;
  δ = ΔR / m;

  K = Ceiling[m / 2] ;

  rp1 = ΔR / 2 - δ / 2;

  Sum[

    r = Rprom - Rpetlja[k, n];

    ikn = iuk / Sum[1, {k, 1, K}, {n, 0, p[k]}];
    dl = Cross[{0, 0, 1}, Rpetlja[k, n]];
    dB = ikn * Cross[dl, r] / mag[r]^3;

    (*Print["m=", m, ", k=", k, ", n=", n, ", δ=", δ,
      ", pk=", p[k], ", R(", k, ", ", n, ")=", Rpetlja[k, n],
      ", dBz(", k, ", ", n, ")=", Simplify[dB[[3]]]; *)

    NIntegrate[dB[[3]], {φ, 0, 2 π}],
    {k, 1, K}, {n, 0, p[k]}

  ]},

  {m, mOd, mDo}
]
```

```

mOd = 1;
mDo = 50;
tocka = T[0];

lista = BzLista[mOd, mDo, tocka];

Export["torus_Bz_m(" <> ToString[mOd] <> "-" <>
  ToString[mDo] <> ")u" <> ToString[tocka] <> "_v2.csv", lista]

```

Grafovi (mOd, mDo)

```

lista = Import["torus_Bz_m(" <> ToString[mOd] <> "-" <>
  ToString[mDo] <> ")u" <> ToString[tocka] <> "_v2.csv"];

lp = ListPlot[lista, Frame → True,
  FrameLabel → {"m", "Bz u točki " <> ToString[tocka]}},
  PlotRange → Automatic, GridLines → Automatic,
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], RGBColor[1, 0, 0]}]

```

Logaritamski iznos B_z (mOd, mDo)

```

loglp = ListPlot[Log[10, lista], Frame → True,
  FrameLabel → {"log(m)", "log Bz u točki " <> ToString[tocka]}},
  PlotRange → Automatic, GridLines → Automatic,
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], RGBColor[0, 0, 1]}]

```

Fitanje (mOd, mDo)

```

<< Statistics`NonlinearFit`

nlft = NonlinearFit[lista, (b + x) / (a + c x), x, {a, b, c}]

(1 / c) /.
  (BestFitParameters /. NonlinearRegress[lista, (b + x) / (a + c x),
    x, {a, b, c}, RegressionReport → BestFitParameters])

lft = Fit[lista, Table[xi, {i, 0, 20}], x]

plnlft = Plot[{nlft, lft}, {x, mOd, mDo}, PlotStyle →
  {{Hue[0.5]}, {Hue[0.6]}}, DisplayFunction → Identity];
Plot[{nlft, lft}, {x, mOd, mDo},
  PlotStyle → {{Hue[0.5]}, {Hue[0.6]}},
  PlotLegend → {"(b+x)/(a+cx)", "Polinom"},
  LegendPosition → {1, 0}]

Show[{lp, plnlft}]

```

Torus od strujnih petlji - $B_z(m)$

```
Off[General::"spell"]

Remove["Global`*"]

<< Graphics`Legend`

SetDirectory["C:\\Torus\\Bz(m)\\"];

$TextStyle = {FontFamily -> "Times", FontSize -> 14};
$FormatType = TraditionalForm;
```

Ulazni parametri:

```
Ruk = 1;
ΔR = 0.8 Ruk;
iuk = 1;

RubUnutarnji = Ruk - ΔR / 2;
RubVanjski = Ruk + ΔR / 2;

T[0] = Tcentar = {0, 0, 0};
T[1] = TRubU = {RubUnutarnji, 0, 0};
T[2] = TRubV = {RubVanjski, 0, 0};
```

Računanje B_z cijelog 3D torusa

```
vectorRuk = Ruk {Cos[φ], Sin[φ], 0};

rp1 = ΔR / 2 - δ / 2 ;
rp[k_] := rp1 - (k - 1) δ

rxy[k_, n_] := rp[k] Cos[n Δα[k]]
rp[k_, n_] :=
  {rxy[k, n] Cos[φ], rxy[k, n] Sin[φ], rp[k] Sin[n Δα[k]]}

p[k_] := Floor[λ 2 π rp[k]]
Δα[k_] := If[rp[k] == 0, 0, 1/λ 1/rp[k]]

Rpetlja[k_, n_] := vectorRuk + rp[k, n]

mag[a_] := Sqrt[a.a]
```

```

BzLista[mOd_, mDo_, Rprom_] := Table[{m,
  λ = m / ΔR;
  δ = ΔR / m;

  K = Ceiling[m / 2] ;

  rp1 = ΔR / 2 - δ / 2;

  (Bz = Sum[

    r = Rprom - Rpetlja[k, n];

    ikn = iuk / Sum[1, {k, 1, K}, {n, 0, p[k]}];

    dBz = ikn * (-Rprom[[1]] Rpetlja[k, n][[1]] +
      Rpetlja[k, n][[1]]^2 + Rpetlja[k, n][[2]]
      (-Rprom[[2]] + Rpetlja[k, n][[2]])) /
      ((Rprom[[1]] - Rpetlja[k, n][[1]])^2 +
      (Rprom[[2]] - Rpetlja[k, n][[2]])^2 +
      (Rprom[[3]] - Rpetlja[k, n][[3]])^2)^{3/2};

    (*dl=Cross[{0,0,1},Rpetlja[k,n]];
    dBz=ikn*(Cross[dl,r]/mag[r]^3)[[3]];*)

    (*Print["m=",m," ", k=",k," ", n=",n," ", δ=",δ,
      ", pk=",p[k]," ", Rpetlja["k"," ",n,""]=",
      Rpetlja[k,n]," ", dBz("k"," ",n,")=" ,dBz];*)

    NIntegrate[dBz, {φ, 0, 2 π}],
    {k, 1, K}, {n, 0, p[k]}

  ] ;
  Print["m=", m, " ; Bz=", Bz ; Bz]),

{m, mOd, mDo}
]

```

Središte torusa

```

tocka = Tcentar;

mOd = 1;
mDo = 50;

lista = BzLista[mOd, mDo, tocka];

Export["torus_v2 - Bz(m" <> ToString[mOd] <> "-" <>
  ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <> ".csv", lista]

```

```

mOd = 51;
mDo = 100;

lista = BzLista[mOd, mDo, tocka];

Export["torus_v2 - Bz (m" <> ToString[mOd] <> "-" <>
  ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <> ".csv", lista]

mOd = 101;
mDo = 150;

lista = BzLista[mOd, mDo, tocka];

Export["torus_v2 - Bz (m" <> ToString[mOd] <> "-" <>
  ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <> ".csv", lista]

mOd = 151;
mDo = 200;

lista = BzLista[mOd, mDo, tocka];

Export["torus_v2 - Bz (m" <> ToString[mOd] <> "-" <>
  ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <> ".csv", lista]

```

Grafovi - centar

```

tocka = Tcentar;

lista =
  Import["torus_v2 - Bz (m) u " <> ToString[tocka] <> ".csv"];

lpCentar = ListPlot[lista, Frame → True,
  FrameLabel → {"m", " $B_z(m)$  u točki " <> ToString[tocka]},
  PlotRange → All, GridLines → Automatic,
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], Black}]

```

Logaritamski iznos $B_z(mOd, mDo)$

```

loglp = ListPlot[Log[10, lista], Frame → True, FrameLabel →
  {"log(m)", "log  $B_z(m)$  u točki " <> ToString[tocka]},
  PlotRange → All, GridLines → Automatic,
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], Black}]

```

Određivanje vrijednosti B_z

```

zadnjih = 10;

Table[lista[[i, 2]], {i,
  (Dimensions[lista][[1]] - zadnjih), Dimensions[lista][[1]]}]

```

```

Bzr[0] = Mean[
  Table[lista[[i, 2]], {i, (Dimensions[lista][[1]] - zadnji),
    Dimensions[lista][[1]]}]
StandardDeviation[Table[lista[[i, 2]],
  {i, (Dimensions[lista][[1]] - zadnji),
    Dimensions[lista][[1]]}]

```

Unutarnji Rub

```

tocka = TRubU;

mOd = 1;
mDo = 50;

lista = BzLista[mOd, mDo, tocka];

Export["torus_v2 - Bz(m" <> ToString[mOd] <> "-" <>
  ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <> ".csv", lista]

mOd = 51;
mDo = 100;

lista = BzLista[mOd, mDo, tocka];

Export["torus_v2 - Bz(m" <> ToString[mOd] <> "-" <>
  ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <> ".csv", lista]

mOd = 101;
mDo = 150;

lista = BzLista[mOd, mDo, tocka];

Export["torus_v2 - Bz(m" <> ToString[mOd] <> "-" <>
  ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <> ".csv", lista]

mOd = 151;
mDo = 200;

lista = BzLista[mOd, mDo, tocka];

Export["torus_v2 - Bz(m" <> ToString[mOd] <> "-" <>
  ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <> ".csv", lista]

```

Grafovi - RubU

```

tocka = TRubU;

lista =
  Import["torus_v2 - Bz(m) u " <> ToString[tocka] <> ".csv"];

```

```
lpRubU = ListPlot[lista, Frame → True,
  FrameLabel → {"m", "Bz(m) u točki " <> ToString[tocka]},
  PlotRange → All, GridLines → Automatic,
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], Red}]
```

Logaritamski iznos B_z (mOd, mDo)

```
loglp = ListPlot[Log[10, lista], Frame → True,
  FrameLabel → {StyleForm[TraditionalForm[#],
    FontFamily → "Times", FontSize → 12] & /@
    {"log(m)", "log Bz(m) u točki " <> ToString[tocka]}},
  PlotRange → All, GridLines → Automatic,
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], Red}]
```

Određivanje vrijednosti B_z

```
zadnjih = 10;

Table[lista[[i, 2]], {i,
  (Dimensions[lista][[1]] - zadnjih), Dimensions[lista][[1]]}]

Bzr[1] = Mean[
  Table[lista[[i, 2]], {i, (Dimensions[lista][[1]] - zadnjih),
    Dimensions[lista][[1]]}]
StandardDeviation[Table[lista[[i, 2]],
  {i, (Dimensions[lista][[1]] - zadnjih),
    Dimensions[lista][[1]]}]
```

Vanjski Rub

```
tocka = TRubV;

mOd = 1;
mDo = 50;

lista = BzLista[mOd, mDo, tocka];

Export["torus_v2 - Bz(m" <> ToString[mOd] <> "-" <>
  ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <> ".csv", lista]

mOd = 51;
mDo = 100;

lista = BzLista[mOd, mDo, tocka];

Export["torus_v2 - Bz(m" <> ToString[mOd] <> "-" <>
  ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <> ".csv", lista]
```

```

mOd = 101;
mDo = 150;

lista = BzLista[mOd, mDo, tocka];

Export["torus_v2 - Bz(m" <> ToString[mOd] <> "-" <>
  ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <> ".csv", lista]

mOd = 151;
mDo = 200;

lista = BzLista[mOd, mDo, tocka];

Export["torus_v2 - Bz(m" <> ToString[mOd] <> "-" <>
  ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <> ".csv", lista]

```

Grafovi - RubV

```

tocka = TRubV;

lista =
  Import["torus_v2 - Bz(m) u " <> ToString[tocka] <> ".csv"];

lpRubV = ListPlot[lista, Frame → True,
  FrameLabel → {"m", "Bz(m) u točki " <> ToString[tocka]},
  PlotRange → All, GridLines → Automatic,
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], Blue}]

```

Logaritamski iznos B_z (mOd, mDo)

```

loglp = ListPlot[Log[10, {#[[1]], -#[[2]]}] & /@ lista,
  Frame → True, FrameLabel →
  {"log(m)", "log [-Bz(m)] u točki " <> ToString[tocka]},
  PlotRange → All, GridLines → Automatic,
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], Blue}]

```

Određivanje vrijednosti B_z

```

zadnjih = 10;

Table[lista[[i, 2]], {i,
  (Dimensions[lista][[1]] - zadnjih), Dimensions[lista][[1]]}]

Bzr[2] = Mean[
  Table[lista[[i, 2]], {i, (Dimensions[lista][[1]] - zadnjih),
    Dimensions[lista][[1]]}]
StandardDeviation[Table[lista[[i, 2]],
  {i, (Dimensions[lista][[1]] - zadnjih),
    Dimensions[lista][[1]]}]]

```

Svi grafovi

```
ShowLegend[Show[{lpCentar, lpRubU, lpRubV},
  FrameLabel → {"m", "Bz(m)"}, DisplayFunction → Identity],
  {{{Black, "Centar"}, {Red, "Unutarnji rub"},
    {Blue, "Vanjski rub"}}, LegendLabel → None,
  LegendSize → {0.6, 0.5}, LegendPosition → {1, -0.2},
  LegendShadow → {0, 0}}]
```

Graf ovisnosti $B_z(r)$

```
TBz = Table[{T[i][[1]], Bzr[i]}, {i, 0, 2}]
Show[
  ListPlot[TBz, Frame → True, FrameLabel → {"r", "Bz(r)"},
  PlotRange → Automatic, GridLines → Automatic,
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], Red},
  DisplayFunction → Identity],
  ListPlot[TBz, PlotJoined → True,
  PlotStyle → {Blue}, DisplayFunction → Identity],
  DisplayFunction → $DisplayFunction]
```

Torus od strujnih petlji - ovisnost o debljini torusa

```
Off[General::"spell"]

Remove["Global`*"]

<< Graphics`MultipleListPlot`

SetDirectory["C:\\Torus\\Bz(DeltaR)\\"];

$TextStyle = {FontFamily -> "Times", FontSize -> 14};
$FormatType = TraditionalForm;
```

Početne vrijednosti

```
Ruk = 1;
iuk = 1;

RubUnutarnji = Ruk - ΔR / 2;
RubVanjski = Ruk + ΔR / 2;

Tcentar = {0, 0, 0};
TRubU = {RubUnutarnji, 0, 0};
TRubV = {RubVanjski, 0, 0};
```

Računanje B_z cijelog 3D torusa

```
vectorRuk = Ruk {Cos[φ], Sin[φ], 0};

rp1 = ΔR / 2 - δ / 2 ;
rp[k_] := rp1 - (k - 1) δ

rxy[k_, n_] := rp[k] Cos[n Δα[k]]
rp[k_, n_] :=
  {rxy[k, n] Cos[φ], rxy[k, n] Sin[φ], rp[k] Sin[n Δα[k]]}

p[k_] := Floor[λ 2 π rp[k]]
Δα[k_] := If[rp[k] == 0, 0,  $\frac{1}{\lambda} \frac{1}{rp[k]}$ ]

Rpetlja[k_, n_] := vectorRuk + rp[k, n]

mag[a_] := Sqrt[a.a]
```

```

BzLista[mOd_, mDo_, Rprom_] := Table[{m,
  λ = m / ΔR;
  δ = ΔR / m;

  K = Ceiling[m / 2] ;

  rp1 = ΔR / 2 - δ / 2;

  (Bz = Sum[

    r = Rprom - Rpetlja[k, n];

    ikn = iuk / Sum[1, {k, 1, K}, {n, 0, p[k]}];

    dBz = ikn * (-Rprom[[1]] Rpetlja[k, n][[1]] +
      Rpetlja[k, n][[1]]^2 + Rpetlja[k, n][[2]]
      (-Rprom[[2]] + Rpetlja[k, n][[2]])) /
      ((Rprom[[1]] - Rpetlja[k, n][[1]])^2 +
      (Rprom[[2]] - Rpetlja[k, n][[2]])^2 +
      (Rprom[[3]] - Rpetlja[k, n][[3]])^2)^{3/2};

    (*dl=Cross[{0,0,1},Rpetlja[k,n]];
    dBz=ikn*(Cross[dl,r]/mag[r]^3)[[3]];*)

    (*Print["m=",m," ", k=",k," ", n=",n," ", δ=",δ,
      ", pk=",p[k]," ", Rpetlja["k"," ",n,""]=",
      Rpetlja[k,n]," ", dBz["k"," ",n,""]=",dBz];*)

    NIntegrate[dBz, {φ, 0, 2 π}],
    {k, 1, K}, {n, 0, p[k]}

  ] ;
  Print["m=", m, "; Bz=", Bz]; Bz)},

{m, mOd, mDo}
]

```

Vrijednosti (za sav račun jednake)

```

mOd = 1;
mDo = 150;
ΔRlist =
{0.001, 0.01, 0.1, 0.2, 0.5, 0.6, 0.8, 0.9, 1.4, 1.8} Ruk;

```

Središte torusa

```
Do[ (ΔR = ΔRlist[[i]];
    tocka = Tcentar;
    Print["ΔR=", ΔR, "; T(x,y,z)=", tocka];
    lista[i] = BzLista[mOd, mDo, tocka];
    Export["torus_v2 - Bz(m" <> ToString[mOd] <>
        "-" <> ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <>
        " za DeltaR=" <> ToString[ΔR] <> ".csv", lista[i]),
    {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}]
```

Središte torusa - Grafovi

```
Do[ (ΔR = ΔRlist[[i]];
    tocka = Tcentar;
    lista[i] = Import["torus_v2 - Bz(m" <> ToString[mOd] <>
        "-" <> ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <>
        " za DeltaR=" <> ToString[ΔR] <> ".csv"];
    lp[i] = ListPlot[Log[10, lista[i]], Frame → True,
        FrameLabel → {"log m", "log Bz(m) u centru",
            "ΔR = " <> ToString[ΔR], ""}, PlotRange → All,
        GridLines → Automatic, PlotStyle → {AbsolutePointSize[5],
            Table[Hue[(i - 1) / Dimensions[ΔRlist][[1]]],
                {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}][[i]]}],
    {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]};
```

```
MultipleListPlot[
    Table[Log[10, lista[i]], {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}],
    LegendLabel -> "ΔR", PlotLegend → ΔRlist,
    SymbolStyle → Table[Hue[(i - 1) / Dimensions[ΔRlist][[1]]],
        {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}], Frame → True,
    FrameLabel → {"log m", "log Bz(m) u centru"},
    PlotRange → All, GridLines → Automatic]
```

Određivanje vrijednosti B_z

```
zadnjih = 10;
```

```

Do[(Print["Bz( $\Delta R$ =",  $\Delta R$ list[[i]],
  ") = ", Table[lista[i][[elem, 2]],
    {elem, (Dimensions[lista[i]][[1]] - zadnjih),
      Dimensions[lista[i]][[1]]}]]];
Print["Sred. vr. ( $\Delta R$ =",  $\Delta R$ list[[i]], ") = ",
  Mean[Table[lista[i][[elem, 2]],
    {elem, (Dimensions[lista[i]][[1]] - zadnjih),
      Dimensions[lista[i]][[1]]}]]];
Print["St.dev. ( $\Delta R$ =",  $\Delta R$ list[[i]], ") = ",
  StandardDeviation[Table[lista[i][[elem, 2]],
    {elem, (Dimensions[lista[i]][[1]] - zadnjih),
      Dimensions[lista[i]][[1]]}]]],
  {i, 1, Dimensions[ $\Delta R$ list][[1]]}];

```

Nacrtat će se ovisnost srednje vrijednosti B_z o debljini torusa:

```

Table[{ $\Delta R$ list[[i]], Mean[Table[lista[i][[elem, 2]],
  {elem, (Dimensions[lista[i]][[1]] - zadnjih),
    Dimensions[lista[i]][[1]]}]]],
  {i, 1, Dimensions[ $\Delta R$ list][[1]]}]]
{#[[1]], Log[10, #[[2]]]} & /@ %

ListPlot[%, Frame → True,
  PlotRange → Automatic, GridLines → Automatic,
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], Red},
  FrameLabel → {" $\Delta R$ ", "log  $B_z(\Delta R)$  u centru"},
  DisplayFunction → Identity];

ListPlot[%%, PlotJoined → True,
  PlotStyle → {Blue}, DisplayFunction → Identity];

Show[{%%, %}, DisplayFunction → $DisplayFunction]

```

Unutarnji rub torusa

```

Do[( $\Delta R$  =  $\Delta R$ list[[i]];
  tocka = TRubU;
  Print[" $\Delta R$ =",  $\Delta R$ , "; T(x,y,z)=", tocka];
  lista[i] = BzLista[mOd, mDo, tocka];
  Export["torus_v2 - Bz(m" <> ToString[mOd] <>
    "-" <> ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <>
    " za DeltaR=" <> ToString[ $\Delta R$ ] <> ".csv", lista[i]],
  {i, 1, Dimensions[ $\Delta R$ list][[1]]}];

```

Unutarnji rub torusa - Grafovi

```
Do[{ΔR = ΔRlist[[i]];
  tocka = TRubU;
  lista[i] = Import["torus_v2 - Bz(m" <> ToString[mOd] <>
    "-" <> ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <>
    " za DeltaR=" <> ToString[ΔR] <> ".csv"];
  lp[i] = ListPlot[Log[10, lista[i]], Frame → True,
    FrameLabel → {"log m", "log Bz(m) na unutarnjem rubu",
      "ΔR = " <> ToString[ΔR], ""}, PlotRange → All,
    GridLines → Automatic, PlotStyle → {AbsolutePointSize[5],
      Table[Hue[(i - 1) / Dimensions[ΔRlist][[1]]],
        {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}][[i]]}],
    {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}];

MultipleListPlot[
  Table[Log[10, lista[i]], {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}],
  LegendLabel -> "ΔR", PlotLegend → ΔRlist,
  SymbolStyle → Table[Hue[(i - 1) / Dimensions[ΔRlist][[1]]],
    {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}], Frame → True,
  FrameLabel → {"log m", "log Bz(m) na unutarnjem rubu"},
  PlotRange → All, GridLines → Automatic]
```

Određivanje vrijednosti B_z

```
zadnjih = 10;

Do[{Print["Bz(ΔR=", ΔRlist[[i]],
  " ) = ", Table[lista[i][[elem, 2]],
    {elem, (Dimensions[lista[i]][[1]] - zadnjih),
      Dimensions[lista[i]][[1]]}],
  Print["Sred. vr.(ΔR=", ΔRlist[[i]], " ) = ",
    Mean[Table[lista[i][[elem, 2]],
      {elem, (Dimensions[lista[i]][[1]] - zadnjih),
        Dimensions[lista[i]][[1]]}],
    Print["St.dev.(ΔR=", ΔRlist[[i]], " ) = ",
      StandardDeviation[Table[lista[i][[elem, 2]],
        {elem, (Dimensions[lista[i]][[1]] - zadnjih),
          Dimensions[lista[i]][[1]]}],
      {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}];
```

Nacrtat će se ovisnost srednje vrijednosti B_z o debljini torusa:

```

Table[{ΔRlist[[i]], Mean[Table[lista[i][[elem, 2]],
  {elem, (Dimensions[lista[i]][[1]] - zadnjih),
    Dimensions[lista[i]][[1]]}]]}],
  {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}]
{#[[1]], Log[10, #[[2]]]} & /@ %

ListPlot[%, Frame → True,
  PlotRange → Automatic, GridLines → Automatic,
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], Red},
  FrameLabel → {"ΔR", "log Bz(ΔR) na unutarnjem rubu"},
  DisplayFunction → Identity];

ListPlot[%%, PlotJoined → True,
  PlotStyle → {Blue}, DisplayFunction → Identity];

Show[{%%, %}, DisplayFunction → $DisplayFunction]

```

Vanjski rub torusa

```

Do[(ΔR = ΔRlist[[i]];
  tocka = TRubV;
  Print["ΔR=", ΔR, "; T(x,y,z)=", tocka];
  lista[i] = BzLista[mOd, mDo, tocka];
  Export["torus_v2 - Bz(m" <> ToString[mOd] <>
    "-" <> ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <>
    " za DeltaR=" <> ToString[ΔR] <> ".csv", lista[i]),
  {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}]

```

Vanjski rub torusa - Grafovi

```
Do[ (ΔR = ΔRlist[[i]];
  tocka = TRubV;
  lista[i] = Import["torus_v2 - Bz(m" <> ToString[mOd] <>
    "-" <> ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <>
    " za DeltaR=" <> ToString[ΔR] <> ".csv"];
  lp[i] = ListPlot[Log[10, {#[[1]], -#[[2]]}] & /@ lista[i],
    Frame → True,
    FrameLabel → {"log m", "log [-Bz(m)] na vanjskom rubu",
      "ΔR = " <> ToString[ΔR], ""}, PlotRange → All,
    GridLines → Automatic, PlotStyle → {AbsolutePointSize[5],
      Table[Hue[(i - 1) / Dimensions[ΔRlist][[1]]],
        {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}][[i]]}],
    {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}];

MultipleListPlot[
  Table[Log[10, {#[[1]], -#[[2]]}] & /@ lista[i],
    {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]},
  LegendLabel -> "ΔR", PlotLegend → ΔRlist,
  SymbolStyle → Table[Hue[(i - 1) / Dimensions[ΔRlist][[1]]],
    {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}, Frame → True,
  FrameLabel → {"log m", "log [-Bz(m)] na vanjskom rubu"},
  PlotRange → All, GridLines → Automatic]
```

Određivanje vrijednosti B_z

```
zadnjih = 10;

Do[ (Print["Bz(ΔR=", ΔRlist[[i]],
  ") = ", Table[lista[i][[elem, 2]],
    {elem, (Dimensions[lista[i]][[1]] - zadnjih),
      Dimensions[lista[i]][[1]]}]]];
  Print["Sred. vr.(ΔR=", ΔRlist[[i]], ") = ",
    Mean[Table[lista[i][[elem, 2]],
      {elem, (Dimensions[lista[i]][[1]] - zadnjih),
        Dimensions[lista[i]][[1]]}]]];
  Print["St.dev.(ΔR=", ΔRlist[[i]], ") = ",
    StandardDeviation[Table[lista[i][[elem, 2]],
      {elem, (Dimensions[lista[i]][[1]] - zadnjih),
        Dimensions[lista[i]][[1]]}]]],
    {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}];
```

Nacrtat će se ovisnost srednje vrijednosti B_z o debljini torusa:

```

Table[{ $\Delta R$ list[[i]], Mean[Table[lista[i][[elem, 2]],
  {elem, (Dimensions[lista[i]][[1]] - zadnjih),
    Dimensions[lista[i]][[1]]}]]}],
  {i, 1, Dimensions[ $\Delta R$ list][[1]]}]
{#[[1]], Log[10, -#[[2]]]} & /@%

ListPlot[%, Frame → True, PlotJoined → False,
  PlotRange → Automatic, GridLines → Automatic,
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], Red},
  FrameLabel → {" $\Delta R$ ", "log[- $B_z(\Delta R)$ ] na vanjskom rubu"},
  DisplayFunction → Identity];

ListPlot[%%, PlotJoined → True,
  PlotStyle → {Blue}, DisplayFunction → Identity];

Show[{%%, %}, DisplayFunction → $DisplayFunction]

```

Torus od strujnih petlji - ovisnost o radijalnoj udaljenosti od središta torusa

```
Off[General::"spell"]

Remove["Global`*"]

<< Graphics`MultipleListPlot`
<< Graphics`Legend`

SetDirectory["C:\\Torus\\Bz(r)\\"];

$TextStyle = {FontFamily -> "Times", FontSize -> 14};
$FormatType = TraditionalForm;
```

Početne vrijednosti

```
Ruk = 1;
iuk = 1;

Tcentar = {0, 0, 0};
TRubU = {RubUnutarnji, 0, 0};
TRubV = {RubVanjski, 0, 0};
```

Program za računanje B_z cijelog 3D torusa

```

vectorRuk = Ruk {Cos[φ], Sin[φ], 0};

rp1 = ΔR / 2 - δ / 2 ;
rp[k_] := rp1 - (k - 1) δ

rxy[k_, n_] := rp[k] Cos[n Δα[k]]
rp[k_, n_] :=
  {rxy[k, n] Cos[φ], rxy[k, n] Sin[φ], rp[k] Sin[n Δα[k]]}

p[k_] := Floor[λ 2 π rp[k]]
Δα[k_] := If[rp[k] == 0, 0,  $\frac{1}{\lambda} \frac{1}{rp[k]}$ ]

Rpetlja[k_, n_] := vectorRuk + rp[k, n]

mag[a_] := Sqrt[a.a]

```

```

BzLista[mOd_, mDo_, Rprom_] := Table[
  λ = m / ΔR;
  δ = ΔR / m;

  K = Ceiling[m / 2] ;

  rp1 = ΔR / 2 - δ / 2;

  (Bz = Sum[

    r = Rprom - Rpetlja[k, n];

    ikn = iuk / Sum[1, {k, 1, K}, {n, 0, p[k]}];

    dBz = ikn * (-Rprom[[1]] Rpetlja[k, n][[1]] +
      Rpetlja[k, n][[1]]^2 + Rpetlja[k, n][[2]]
      (-Rprom[[2]] + Rpetlja[k, n][[2]])) /
      ((Rprom[[1]] - Rpetlja[k, n][[1]])^2 +
      (Rprom[[2]] - Rpetlja[k, n][[2]])^2 +
      (Rprom[[3]] - Rpetlja[k, n][[3]])^2)^(3/2);

    (*dl=Cross[{0,0,1},Rpetlja[k,n]];
    dBz=ikn*(Cross[dl,r]/mag[r]^3)[[3]];*)

    (*Print["m=",m," k=",k," n=",n," δ=",δ,
      " pk=",p[k]," Rpetlja(",k," ",n,")=",
      Rpetlja[k,n]," dBz(",k," ",n,")=",dBz];*)

    NIntegrate[dBz, {φ, 0, 2 π}],
    {k, 1, K}, {n, 0, p[k]}

  ] ;
  Print["ΔR = ", ΔR, ": točka = ",
    Rprom, "; m = ", m, "; Bz = ", Bz]; Bz),
  {m, mOd, mDo}
]

```

Vrijednosti (za sav račun jednake)

```

mOd = 140;
mDo = 150;

ΔRlist =
  {0.001, 0.01, 0.1, 0.2, 0.5, 0.6, 0.8, 0.9, 1.4, 1.8} * Ruk;

RubUnutarnji[i_] := Ruk - ΔRlist[[i]] / 2
RubVanjski[i_] := Ruk + ΔRlist[[i]] / 2

```

```

Nr = 20;
Δr[i_] := (RubUnutarnji[i] / Nr);
radiusi[i_] := Table[rj, {rj, 0, RubUnutarnji[i], Δr[i]}]

```

Za najuže toruse se posebno računaju položaji blizu ruba radi boljeg fitanja. Zadnji interval se dijeli na NrZadnjih podintervala, pa opet taj zadnji interval, itd. $s \geq 1$ je stupanj podjele.

```

ε[0, i_] := (RubUnutarnji[i] / Nr);

NrZadnjih = 5;
ε[s_, i_] := ε[s - 1, i] / NrZadnjih;

radiusi[s_, i_] :=
  Table[rj, {rj, (RubUnutarnji[i] - ε[s - 1, i]) + ε[s, i],
    RubUnutarnji[i] - ε[s, i], ε[s, i]}]

```

Za najuže toruse posebno se osnovnoj podjeli od Nr točaka dodaju položaji blizu unutarnjeg ruba radi bolje prilagodbe:

```

radiusi[1] =
  radiusi[1] ~ Union ~ radiusi[1, 1] ~ Union ~ radiusi[3, 1]

radiusi[2] = radiusi[2] ~ Union ~ radiusi[1, 2]

```

Računanje duž polumjera

i označava za koji element debljine torusa (ΔR list) se odnosi.

```

racun[i_] := (ΔR = ΔRlist[[i]];
  lista[i] = Insert[Table[Insert[BzLista[mOd, mDo,
    {radiusi[i][[j]], 0, 0}], radiusi[i][[j]], 1],
    {j, 1, Dimensions[radiusi[i]][[1]]}],
    Insert[Table[k, {k, mOd, mDo}], "r", 1], 1];

Export["torus_v2 - Bz_r(m" <> ToString[mOd] <>
  "-" <> ToString[mDo] <> ") za DeltaR=" <>
  ToString[ΔRlist[[i]]] <> ".xls", lista[i]]

Dimensions[ΔRlist]

```

Izvršavanje

```

racun[1]

racun[2]

racun[3]

racun[4]

racun[5]

```

```
racun[6]
```

```
racun[7]
```

```
racun[8]
```

Grafovi

```
lista[i_] := Import["torus_v2 - Bz_r(m" <>
  ToString[mOd] <> "-" <> ToString[mDo] <>
  ") za DeltaR=" <> ToString[ARlist[[i]]] <> ".xls"]

data = Import["raw data.xls"];
lista[i_] := data[[i]]
radiusi[i_] :=
  Drop[Take[lista[i] // Transpose, {1}] // Flatten, 1]

mBz[i_] := Table[{lista[i][[1, k]], lista[i][[1, k]]},
  {k, 2, Dimensions[lista[i]][[2]]},
  {1, 2, Dimensions[lista[i]][[1]]}] // Transpose

mlp[i_] := MultipleListPlot[mBz[i], Frame → True,
  PlotJoined → True, SymbolStyle → Table[Hue[h],
    {h, 0, 1, 1 / (Dimensions[lista[i]][[2]] - 1)}], FrameLabel →
    { "m", " $B_z(m)$  za različitu udaljenost  $r$  od središta",
      "ΔR = " <> ToString[ARlist[[i]]], ""},
  PlotRange → Automatic, GridLines → Automatic,
  PlotStyle → Table[Hue[h],
    {h, 0, 1, 1 / (Dimensions[lista[i]][[2]] - 1)}],
  LegendLabel -> "Udaljenost  $r$ ", PlotLegend → radiusi[i],
  LegendSize → {0.35, 1.4}, LegendPosition → {1, -0.7}]

Do[mlp[i], {i, 1, Dimensions[ARlist][[1]]}]
```

Određivanje vrijednosti $B_z(r)$

```
sredBz[i_] :=
  Do[(BzVrijednosti = Drop[lista[i], {1}, {1}][[j]]];

  Print["ΔR = ", ΔRlist[[i]],
    "; Bz(", radiusi[i][[j]], ") = ", BzVrijednosti
  ];

  Print[
    "Sred. vr.(",
    radiusi[i][[j]], ") = ", Mean[BzVrijednosti]
  ];

  Print[
    "St.dev.(", radiusi[i][[j]],
    ") = ", StandardDeviation[BzVrijednosti]
  ],
  {j, 1, Dimensions[radiusi[i]][[1]]};

Do[sredBz[i], {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}]
```

Nacrtat će se ovisnost srednje vrijednosti B_z o radijusu torusa:

```
lpBzR[i_] := (sredBzRlist = Table[
  {radiusi[i][[j]], Mean[Drop[lista[i], {1}, {1}][[j]]]},
  {j, 1, Dimensions[radiusi[i]][[1]]}
];
ListPlot[sredBzRlist, Frame → True, PlotRange → Automatic,
  GridLines → Automatic, PlotStyle → {AbsolutePointSize[5],
  Hue[(i - 1) / Dimensions[ΔRlist][[1]]]}, FrameLabel →
  {"r", " $B_z(r)$ ", "ΔR = " <> ToString[ΔRlist[[i]]], ""})

Show[Table[lpBzR[i], {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}],
  FrameLabel → {"r", " $B_z(r)$ ", "Ovisnost o ΔR", ""},
  DisplayFunction → Identity]
ShowLegend[%,
  {Transpose[{Table[Hue[(i - 1) / Dimensions[ΔRlist][[1]]],
    {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}], ΔRlist}],
  LegendLabel -> "Debljina ΔR", LegendSize → {0.3, 1},
  LegendPosition → {1, -0.5}, LegendShadow → {0, 0}}]
```

Torus od strujnih petlji - Tok

```
Off[General::"spell"]

Remove["Global`*"]

<< Graphics`MultipleListPlot`
<< Graphics`Legend`
<< Graphics`Graphics`
<< Statistics`NonlinearFit`
<< Statistics`LinearRegression`

SetDirectory["C:\\Torus\\Bz(r)\\"];

$TextStyle = {FontFamily -> "Times", FontSize -> 14};
$FormatType = TraditionalForm;
```

Početne vrijednosti

```
Ruk = 1;
iuk = 1;

Tcentar = {0, 0, 0};
TRubU = {RubUnutarnji, 0, 0};
TRubV = {RubVanjski, 0, 0};
```

Vrijednosti (za sav račun jednake)

i označava za koji element debljine torusa (ΔR_{list}) se odnosi.

```
 $\Delta R_{list} =$ 
{0.001, 0.01, 0.1, 0.2, 0.5, 0.6, 0.8, 0.9, 1.4, 1.8} * Ruk;

RubUnutarnji[i_] := Ruk -  $\Delta R_{list}[[i]]$  / 2
RubVanjski[i_] := Ruk +  $\Delta R_{list}[[i]]$  / 2
```

Učitavanje podataka

```
data = Import["raw data.xls"];
lista[i_] := data[[i]]
radiusi[i_] :=
Drop[Take[lista[i] // Transpose, {1}] // Flatten, 1]
```

Grafovi

```

mBz[i_] := Table[{lista[i][[1, k]], lista[i][[1, k]]},
  {k, 2, Dimensions[lista[i]][[2]]},
  {1, 2, Dimensions[lista[i]][[1]]}] // Transpose

mlp[i_] := MultipleListPlot[
  Map[{#[[1]], Log[10, #[[2]]]} &, mBz[i], {2}], Frame → True,
  PlotJoined → True, SymbolStyle → Table[Hue[h],
    {h, 0, 1, 1 / (Dimensions[lista[i]][[2]] - 1)}], FrameLabel →
    {"m", "log  $B_z(m)$ ", " $\Delta R$  = " <> ToString[ $\Delta R$ list[[i]]], ""},
  PlotRange → Automatic, GridLines → Automatic,
  PlotStyle → Table[Hue[h],
    {h, 0, 1, 1 / (Dimensions[lista[i]][[2]] - 1)}],
  LegendLabel -> "Udaljenost  $r$ ", PlotLegend → radiusi[i],
  LegendSize → {0.35, 1.4}, LegendPosition → {1, -0.7}]

Do[mlp[i], {i, 1, Dimensions[ $\Delta R$ list][[1]]}]

```

Određivanje vrijednosti $B_z(r)$

```

sredBzR[i_] := Table[{radiusi[i][[j]],
  BzVrijednosti = Mean[Drop[lista[i], {1}, {1}][[j]]]},
  {j, 1, Dimensions[radiusi[i]][[1]]}];

PrintsredBz[i_] :=
  Do[{BzVrijednosti = Drop[lista[i], {1}, {1}][[j]];

    Print[" $\Delta R$  = ",  $\Delta R$ list[[i]],
      "; Bz(", radiusi[i][[j]], ") = ", BzVrijednosti
    ];

    Print[
      "Sred. vr.(",
      radiusi[i][[j]], ") = ", Mean[BzVrijednosti]
    ];

    Print[
      "St.dev.(", radiusi[i][[j]],
      ") = ", StandardDeviation[BzVrijednosti]
    ],
    {j, 1, Dimensions[radiusi[i]][[1]]}];

(* Do[PrintsredBz[i], {i, 1, Dimensions[ $\Delta R$ list][[1]]}] *)

```

Ovisnost srednje vrijednosti B_z o radijusu torusa:

```
lpBzR[i_] := (sredBzRlist = Table[
  {radiusi[i][[j]], Mean[Drop[lista[i], {1}, {1}][[j]]]},
  {j, 1, Dimensions[radiusi[i]][[1]]}
];
ListPlot[sredBzRlist, Frame → True, PlotRange → Automatic,
  GridLines → Automatic, PlotStyle → {AbsolutePointSize[5],
  Hue[(i - 1) / Dimensions[ARlist][[1]]]}, FrameLabel →
  {"r", " $B_z(r)$ ", " $\Delta R = "$  <> ToString[ARlist[[i]]], ""},
  DisplayFunction → Identity])

Show[Table[lpBzR[i], {i, 1, Dimensions[ARlist][[1]]},
  FrameLabel → {"r", " $B_z(r)$ ", "Ovisnost o  $\Delta R$ ", ""},
  DisplayFunction → Identity]

ShowLegend[%,
  {Transpose[{Table[Hue[(i - 1) / Dimensions[ARlist][[1]]],
    {i, 1, Dimensions[ARlist][[1]]}, ARlist]}],
  LegendLabel -> "Debljina  $\Delta R$ ", LegendSize → {0.3, 1},
  LegendPosition → {1, -0.5}, LegendShadow → {0, 0}}]
```

Prilagodba

■ Ponašanje eliptičkih integrala

```
Plot[EllipticE[x], {x, 0, 1}, AxesLabel → {"x", " $E(x)$ "}]
Plot[EllipticK[x], {x, 0, 1}, AxesLabel → {"x", " $K(x)$ "}]

nacin1 = Outer[Times, Table[x^j, {j, 0, 4}],
  {EllipticE[x], EllipticK[x]}] // Flatten

nacin2 = {1} ~Join~ Table[EllipticE[x]^k, {k, 1, 5}] ~
  Join~ Table[EllipticK[x]^k, {k, 1, 5}]

fitBz[i_] := Fit[sredBzR[i], nacin2, x]

fitBz[1]

Regress[sredBzR[1], nacin2,
  x, RegressionReport → ParameterTable]

Regress[sredBzR[1], nacin2, x,
  RegressionReport → ParameterTable][[1, 2, 1]] // TableForm

ARlist
```

```

Export["regress.xls", Table[Regress[sredBzR[i], nacin2,
  x, RegressionReport → ParameterTable][[1, 2, 1]],
  {i, 1, Dimensions[ARlist][[1]]}]]

p1nft[i_] := Plot[Evaluate[fitBz[i]],
  {x, (sredBzR[i] // First)[[1]], (sredBzR[i] // Last)[[1]]},
  PlotStyle → {Hue[(i - 1) / Dimensions[ARlist][[1]]]},
  DisplayFunction → Identity];

graf[i_] := Show[{lpBzR[i], p1nft[i]},
  PlotRange → All, DisplayFunction → $DisplayFunction]

Table[graf[i], {i, 1, Dimensions[ARlist][[1]]}]

p11 = Show[%, FrameLabel → None,
  PlotRange → Automatic, Background → GrayLevel[0.98]];

p12 = ShowLegend[
  Show[%, FrameLabel → {"r", "Bz(r)", "Ovisnost o ΔR", ""},
  PlotRange → All, DisplayFunction → Identity],
  {Transpose[{Table[Hue[(i - 1) / Dimensions[ARlist][[1]]],
    {i, 1, Dimensions[ARlist][[1]]}], ARlist}],
  LegendLabel → "Debljina ΔR", LegendSize → {0.3, 1},
  LegendPosition → {1, -0.5}, LegendShadow → {0, 0}},
  DisplayFunction → $DisplayFunction];

Show[
  Graphics[{Rectangle[Scaled[{0, 0}], Scaled[{1, 1}], p12],
    Rectangle[Scaled[{0.2, 0.4}], Scaled[{0.6, 0.82}], p11]}]]

```

Izračunavanje toka

```

tok[i_] := 2 π NIntegrate[x fitBz[i], {x, 0, RubUnutarnji[i]}]

tokovi =
  Table[{ARlist[[i]], tok[i]}, {i, 1, Dimensions[ARlist][[1]]}]]
Export["tokovi.xls", {"ΔR", "Ψ(ΔR)"} ~Join~ tokovi]

tokLP = ListPlot[tokovi, PlotJoined → False, PlotStyle →
  {AbsolutePointSize[5], Red}, DisplayFunction → Identity];

akoef = .
tokfitfunkc = 4 π (Log[akoef / ΔR] - 2);

```

```

tokfit = NonlinearFit[tokovi, tokfitfunkc, {ΔR}, {αkoef}]

NonlinearRegress[tokovi, tokfitfunkc, {ΔR},
  {αkoef}, RegressionReport → SummaryReport]

pltokfit = Plot[tokfit, {ΔR, First[tokovi][[1]],
  Last[tokovi][[1]]}, PlotStyle → Blue];

LChen = 4 π  $\left( \text{Log}\left[\frac{8 R_{uk}}{(\Delta R / 2)}\right] - 2 \right)$ ;
plLchen = Plot[LChen, {ΔR, First[tokovi][[1]],
  Last[tokovi][[1]]}, PlotStyle → Green];

LN = 4 π  $\text{Log}\left[\frac{R_{uk}}{(\Delta R / 2)}\right]$ ;
plLN = Plot[LN, {ΔR, First[tokovi][[1]], Last[tokovi][[1]]},
  PlotStyle → Magenta];

Show[plLN, plLchen, tokLP, pltokfit,
  Frame → True, PlotRange → All, GridLines → Automatic,
  FrameLabel → {"ΔR", "Ψ(ΔR)"}, DisplayFunction → Identity];
ShowLegend[%, {{Red, StyleForm["podaci", FontSize → 10]},
  {Magenta, StyleForm[LN, FontSize → 10]},
  {Blue, StyleForm[ $4 \pi \left( \text{Log}\left[\frac{\alpha}{\Delta R}\right] - 2 \right)$ , FontSize → 10]},
  {Green, StyleForm[LChen, FontSize → 10]}} /.
  Log → ln, LegendSize → {0.8, 0.8},
  LegendLabel → TraditionalForm["Ruk = 1"],
  LegendPosition → {1, -0.21}, LegendShadow → {0, 0}},
  DisplayFunction → $DisplayFunction];

```

■ Logaritamska skala

```
LogLinearListPlot[tokovi, PlotJoined → False,
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], Red}, Frame → True,
  GridLines → Automatic, DisplayFunction → Identity];

LogLinearPlot[{LN, tokfit, LChen},
  {ΔR, First[tokovi][[1]], Last[tokovi][[1]]},
  PlotStyle → {Magenta, Blue, Green},
  DisplayFunction → Identity];

Show[%, %, Frame → True, PlotRange → All,
  FrameLabel → {"ln (ΔR)", "Ψ(ln ΔR)"},
  DisplayFunction → Identity];

ShowLegend[%, {{Red, StyleForm["podaci", FontSize → 10]},
  {Magenta, StyleForm[LN, FontSize → 10]},
  {Blue, StyleForm[4 π (Log[ $\frac{\alpha}{\Delta R}$ ] - 2), FontSize → 10]},
  {Green, StyleForm[LChen, FontSize → 10]}} /. Log → ln,
  LegendSize → {0.8, 0.8}, LegendLabel →
  TraditionalForm["ln-skala ( $R_{uk} = 1$ )"],
  LegendPosition → {1, -0.21}, LegendShadow → {0, 0}},
  DisplayFunction → $DisplayFunction];
```

■ Metodom najmanjih kvadrata

```
tokoviLnR = {Log[#[[1]]], #[[2]]} & /@ tokovi
```

Prilogodba na induktivnost oblika:

$$L = -4 \pi x + B$$

gdje su:

$$x = \ln(\Delta R)$$

$$B = 4 \pi (\ln \alpha - 2)$$

```
fittokoviLnR = Fit[tokoviLnR, {1, x}, x]
Regress[tokoviLnR, {1, x}, x,
  RegressionReport → ParameterTable]
A = {#[[1, 2, 1, 2, 1]], #[[1, 2, 1, 2, 2]]}
B = {%%[[1, 2, 1, 1, 1]], %%[[1, 2, 1, 1, 2]]}

4 π // N

A[[1]]

A[[1]] / (4 π)

αkoef = .
αkoef = {Exp[ $\frac{B[[1]]}{4 \pi} + 2$ ],  $\frac{1}{4 \pi}$  Exp[ $\frac{B[[1]]}{4 \pi} + 2$ ] B[[2]]}
```

```

{LN, LChen} /. ΔR → Exp[x]

ListPlot[tokoviLnR, PlotJoined → False,
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], Red},
  DisplayFunction → Identity];

Plot[{4 π (-x + Log[2]), fittokoviLnR, 4 π (-x + Log[16] - 2)},
  {x, First[tokovi][[1]] // Log, Last[tokovi][[1]] // Log},
  PlotStyle → {Magenta, Blue, Green},
  DisplayFunction → Identity];

Show[%, %, Frame → True, PlotRange → All,
  GridLines → Automatic, FrameLabel → {"ln (ΔR)", "Ψ(ln ΔR)"},
  DisplayFunction → Identity];

ShowLegend[%, {{Red, StyleForm["podaci", FontSize → 10]},
  {Magenta, StyleForm[LN, FontSize → 10]},
  {Blue, StyleForm[4 π (ln[ $\frac{\alpha}{\Delta R}$ ] - 2), FontSize → 10]},
  {Green, StyleForm[LChen, FontSize → 10]}} /. Log → ln,
  LegendSize → {0.8, 0.8}, LegendLabel →
  TraditionalForm["ln-skala ( $R_{uk} = 1$ )"],
  LegendPosition → {1, -0.21}, LegendShadow → {0, 0}},
  DisplayFunction → $DisplayFunction];

```

Odstupanja izračunatih vrijednosti induktivnosti od vrijednosti dobivenih iz Chenove relacije

```

tokovi

#[[2]] & /@ tokovi

(LChen /. ΔR → #[[1]] & /@ tokovi)

ΔL = 
$$\frac{(LChen /. \Delta R \rightarrow \#[[1]] \& /@ tokovi) - (\#[[2]] \& /@ tokovi)}{(\#[[2]] \& /@ tokovi)}$$


DeltaLDeltaR = {#[[1]] & /@ tokovi, ΔL} // Transpose
Export["DeltaLDeltaR.csv", DeltaRDeltaL, ConversionOptions →
  {"TableHeadings" -> {None, {"ΔR", "ΔL/L"}}}]

TableForm[DeltaLDeltaR, TableHeadings → {None, {"ΔR", "ΔL/L"}}]

```

```
ListPlot[DeltaLDeltaR, PlotJoined → False,  
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], Red},  
  DisplayFunction → Identity];  
ListPlot[DeltaLDeltaR, PlotJoined → True,  
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], Blue},  
  DisplayFunction → Identity];  
Show[%, %, Frame → True, PlotRange → All,  
  GridLines → Automatic, FrameLabel → {" $\Delta R$ ", " $\Delta L/L$ "},  
  DisplayFunction → $DisplayFunction];  
  
LinearLogListPlot[DeltaLDeltaR, PlotJoined → False,  
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], Red}, Frame → True,  
  GridLines → Automatic, DisplayFunction → Identity];  
LinearLogListPlot[DeltaLDeltaR, PlotJoined → True,  
  PlotStyle → {Blue}, GridLines → Automatic,  
  DisplayFunction → Identity];  
Show[%%, %, FrameLabel → {" $\Delta R$ ", " $\Delta L/L$ "}, PlotRange → All,  
  DisplayFunction → $DisplayFunction];
```

Torus od strujnih petlji - ovisnost magnetskog tlaka o debljini torusa

```
Off[General::"spell"]

Remove["Global`*"]

<< Graphics`Graphics`

SetDirectory["C:\\Torus\\Bz(DeltaR)\\"];

$TextStyle = {FontFamily -> "Times", FontSize -> 14};
$FormatType = TraditionalForm;
```

Početne vrijednosti

```
Ruk = 1;
iuk = 1;

RubUnutarnji = Ruk -  $\Delta R$  / 2;
RubVanjski = Ruk +  $\Delta R$  / 2;

Tcentar = {0, 0, 0};
TRubU = {RubUnutarnji, 0, 0};
TRubV = {RubVanjski, 0, 0};
```

Vrijednosti (za sav račun jednake)

```
mOd = 1;
mDo = 150;
 $\Delta R$ list =
  {0.001, 0.01, 0.1, 0.2, 0.5, 0.6, 0.8, 0.9, 1.4, 1.8} Ruk;
```

Unutarnji rub torusa

```
Do[ ( $\Delta R$  =  $\Delta R$ list[[i]]];
  tocka = TRubU;
  lista[i] = Import["torus_v2 - Bz(m" <> ToString[mOd] <>
    "-" <> ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <>
    " za DeltaR=" <> ToString[ $\Delta R$ ] <> ".csv"],
  {i, 1, Dimensions[ $\Delta R$ list][[1]]};
```

Određivanje vrijednosti B_z

```
zadnjih = 10;
```

Nacrtat će se ovisnost srednje vrijednosti B_z o debljini torusa:

```
BzListU = Table[{ΔRlist[[i]], Mean[Table[lista[i][[elem, 2]],
      {elem, (Dimensions[lista[i]][[1]] - zadnjih),
        Dimensions[lista[i]][[1]]}]]},
      {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}]
{#[[1]], Log[10, #[[2]]]} & /@ %
```

Vanjski rub torusa

```
Do[ {ΔR = ΔRlist[[i]];
      tocka = TRubV;
      lista[i] = Import["torus_v2 - Bz(m" <> ToString[mOd] <>
        "-" <> ToString[mDo] <> ") u " <> ToString[tocka] <>
        " za DeltaR=" <> ToString[ΔR] <> ".csv"]},
      {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}];
```

Vanjski rub torusa - Grafovi

Određivanje vrijednosti B_z

```
zadnjih = 10;
```

Nacrtat će se ovisnost srednje vrijednosti B_z o debljini torusa:

```
BzListV = Table[{ΔRlist[[i]], Mean[Table[lista[i][[elem, 2]],
      {elem, (Dimensions[lista[i]][[1]] - zadnjih),
        Dimensions[lista[i]][[1]]}]]},
      {i, 1, Dimensions[ΔRlist][[1]]}]
{#[[1]], Log[10, -#[[2]]]} & /@ %
```

Računanje magnetskog tlaka

```
ΔRlist
```

```
(#[[2]] & /@ BzListV)2
(#[[2]] & /@ BzListU)2
```

```


$$\frac{(\#[[2]] \& /@ \text{BzListU})^2 - (\#[[2]] \& /@ \text{BzListV})^2}{2 \Delta R \text{list}}$$


FmList = {ΔRlist, %} // Transpose // Rest
Export["Fm_DeltaR.csv", FmList,
  ConversionOptions → {"TableHeadings" → {None, {"ΔR", "Fm"}}}]

LinearLogListPlot[FmList, PlotJoined → False,
  Frame → True, GridLines → Automatic,
  PlotStyle → {AbsolutePointSize[5], Red},
  DisplayFunction → Identity];

LinearLogListPlot[FmList, PlotJoined → True,
  Frame → True, GridLines → Automatic,
  PlotStyle → {Blue}, DisplayFunction → Identity];

Show[%, %, PlotRange → All, FrameLabel → {"ΔR", "Fm"},
  DisplayFunction → $DisplayFunction];

```

```
PROGRAM torus

  use vector_operations

  implicit none

  integer :: mOd=1, mDo=100
  real(8) :: Ruk = 1., DeltaR = 0.8, iuk = 1.
  real(8), parameter :: PI=3.1415926535898D00

  real(8) :: delta, lambda, RubU, RubV, ikn
  integer :: odabir, m, brPetlji, k, Kuk, n, p

  real(8) :: rp1, rp

  type(vector) :: tocka

  real(8) :: Bz

!Varijable za Simpson. integraciju
  REAL(8) :: MIN, MAX, H
  REAL(8) Simp
  INTEGER I, Nuk

  print*, 'Polumjer torusa, Ruk = 1:'
  read*, Ruk

  print*, 'Debljina torusa, DeltaR = 0.8:'
  read*, DeltaR
  print*, 'Ukupna struja, Iuk = 1:'
  read*, iuk

  print*, 'Poc. i konac. broj podjela debljine torusa, (mOd, mDo) = (1, 100):'
  read*, mOd, mDo

10  print*, 'Odabрати tocku promatranja Bz polja:'
  print*, '1) Srediste torusa'
  print*, '2) Unutarnji rub torusa'
  print*, '3) Vanjski rub torusa'
  print*, '4) Proizvoljna tocka'

  read*, odabir

  select case (odabir)
    case (1)
      tocka = vector(0, 0, 0)
    case (2)
      RubU = Ruk - DeltaR/2.
      tocka = vector(RubU, 0, 0)
    case (3)
      RubV = Ruk + DeltaR/2.
      tocka = vector(RubV, 0, 0)
    case (4)
      print*, 'Upisati tocku, (x, y, z):'
      read*, tocka
    case default
      goto 10
  end select

  open(unit=9, file='m-Bz_F90.txt', form='formatted', access='sequential',
```

```

status='replace')

write(9,*) 'Polumjer torusa, Ruk = ', Ruk
write(9,*) 'Debljina torusa, DeltaR = ', DeltaR
write(9,*) 'Ukupna struja, Iuk = ', iuk
write(9,*)
'-----'
write(9,*) 'm i Bz(m) vrijednosti za tocku promatranja (x, y, z):'
write(9,*) tocka
write(9,*)
'-----'

do m = mOd, mDo !promjer torusa razlomljen na m dijelova

    delta = DeltaR/m
    lambda = 1./delta

    brPetlji = 0
    Bz=0.
    rp1 = DeltaR/2. - delta/2.
    Kuk = Ceiling(m/2.)
    do k = 1, Kuk !iteracija po Kuk kruznica
        rp = rp1 - (k - 1)*delta
        p = Floor(lambda*2*PI*rp)
        do n = 0, p !iteracija po p cvorova na k-toj kruznici
            brPetlji = brPetlji + 1

            !print*, "k=",k, "; n=",n, "; dBz/ikn=",dBz(n,tocka,OD0) !nije
pomnozeno s ikn

!Simpsonova integracija
            MIN = OD0
            MAX = 2*PI
            H = 1D-3 !sto manji h veca tocnost (i sporost racuna)

            Simp = 0
            Nuk = IDNINT( (MAX-MIN) / (2*H) ) ! 2N uvijek na dva intervala

            DO I = 1, Nuk-1
                Simp = Simp + 2 * dBz(n,tocka, MIN + 2*I*H)
            END DO
            DO I = 1, Nuk
                Simp = Simp + 4 * dBz(n,tocka, MIN + (2*I - 1)*H)
            END DO

            Simp = H/3*(dBz(n,tocka, MIN) + dBz(n,tocka, MAX) + Simp)
!Kraj Simpsonove integracije

            Bz = Bz + Simp
        end do
    end do

    ikn = iuk/brPetlji
    Bz = ikn*Bz

    !print*, "brPetlji=",brPetlji, "; ikn=", ikn
    print*, "m=",m, "; Bz=", Bz
    write(9,*) m, ", " , Bz

end do
close(9)

```

```

        print*, 'm i Bz vrijednosti su zapisane u datoteku: m-Bz_F90.txt'

contains

function dBz(n,vecRprom,phi) !nije pomnozeno s ikn
    integer,intent(in) :: n
    real(8), intent(in) :: phi
    type (vector),intent(in) :: vecRprom
    real(8) :: dBz

    type (vector),parameter :: zos=vector(0,0,1)

    real(8) :: rxy
    type (vector) :: vecrp
    real(8) :: Dalpha

    type (vector) :: vecRuk, vecRpetlja, vecr, vecdl, vecdB

    vecRuk = Ruk*vector(Cos(phi), Sin(phi), 0)

    if (rp == 0) then
        Dalpha = 0
    else
        Dalpha = 1/(lambda*rp)
    end if

    rxy = rp*Cos(n*Dalpha)

    vecrp = vector(rxy*Cos(phi), rxy*Sin(phi), rp*Sin(n*Dalpha))

    vecRpetlja = vecRuk + vecrp
    vecr = vecRprom - vecRpetlja

    vecdl = zos.cross.vecRpetlja
    vecdB = (mag(vecr)**(-3))*vecdl.cross.vecr
    dBz = vecdB%z

end function dBz

END PROGRAM torus

```

```
module vector_operations
  implicit none

  type vector
    real (8) :: x,y,z
  end type vector

  interface assignment (=)
    module procedure assign
  end interface

  interface operator (+)
    module procedure add
  end interface

  interface operator (-)
    module procedure subtract, negative
  end interface

  interface operator (*)
    module procedure scalar_mult
  end interface

  interface operator (.cross.)
    module procedure cross
  end interface

  interface mag
    module procedure mag
  end interface

contains

  subroutine assign (v2,v1)
    type (vector), intent(in) :: v1
    type (vector), intent(out) :: v2

    v2%x = v1%x
    v2%y = v1%y
    v2%z = v1%z

  end subroutine assign

  function add (v1,v2)
    type (vector), intent(in) :: v1,v2
    type (vector) :: add

    add%x = v1%x + v2%x
    add%y = v1%y + v2%y
    add%z = v1%z + v2%z

  end function add

  function subtract (v1,v2)
    type (vector), intent(in) :: v1,v2
```

```
        type (vector) :: subtract

        subtract%x = v1%x - v2%x
        subtract%y = v1%y - v2%y
        subtract%z = v1%z - v2%z

    end function subtract

function negative (v)
    type (vector), intent(in) :: v
    type (vector) :: negative

    negative%x = - v%x
    negative%y = - v%y
    negative%z = - v%z

end function negative

function scalar_mult (scalar,v)
    real(8), intent(in) :: scalar
    type (vector), intent(in) :: v
    type (vector) :: scalar_mult

    scalar_mult%x = scalar * v%x
    scalar_mult%y = scalar * v%y
    scalar_mult%z = scalar * v%z

end function scalar_mult

function cross (v1,v2)
    type (vector), intent(in) :: v1,v2
    type (vector) :: cross

    cross%x = v1%y * v2%z - v1%z * v2%y
    cross%y = v1%z * v2%x - v1%x * v2%z
    cross%z = v1%x * v2%y - v1%y * v2%x

end function cross

function mag (v)
    type (vector), intent(in) :: v
    real(8) :: mag

    mag = sqrt(v%x**2 + v%y**2 + v%z**2)

end function mag

end module vector_operations
```

Gotovi seminarski, maturski, maturalni i diplomski radovi iz raznih oblasti, lektire , puškice, tutorijali, referati - specijalizovan tim za usluge visokokvalitetnog pisanja, istraživanja i obradu teksta za kompletan region Balkana.

Posetite nas na sajtovima ispod:

WWW.MATURSKIRADOVI.NET

WWW.SEMINARSKIRAD.ORG

WWW.MATURSKI.NET

WWW.MATURSKI.ORG

WWW.SEMINARSKIRAD.INFO

Dostupni smo Vam 24h 365 dana u godini.

Za gotove verzije rada obratiti se na mail:

maturskiradovi.net@gmail.com

061/ 11-00-105

Seminarski, diplomski, maturski radovi, prevodi na engleski i eseji...